

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable

Pedro Infante Moreira

Tomo 3



ESPOCH
2016

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable

Tomo 3

Pedro Infante Moreira



**Solucionario de circuitos eléctricos
en estado estable**

© 2015 Pedro Infante Moreira

© 2015 Escuela Superior Politécnica de Chimborazo

Panamericana Sur, kilómetro 1 1/2

Instituto de investigación

Riobamba, Ecuador

Teléfono: 593 (03) 2 998-200

Código Postal: EC060155

Aval ESPOCH

Este libro se sometió a arbitraje bajo el sistema de doble ciego
(*peer review*).

Corrección y diseño:

La Caracola Editores

Impreso en Ecuador

Prohibida la reproducción de este libro, por cualquier medio, sin la previa
autorización por escrito de los propietarios del Copyright.

CDU: 537 + 621.3

Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable. Tomo 3.

Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Instituto de Investigaciones; 2016

109 p. vol: 17 x 24 cm

ISBN: 978-9942-14-339-6

1. Circuitos eléctricos
2. Circuitos en estado estable
3. Circuitos acoplados
4. Electricidad
5. Magnetismo

CONTENIDO TOMO 3

Capítulo 2. Fasores	9
Problemas resueltos (14 al 30)	9
Capítulo 3. Potencia promedio y valores eficaces o RMS	65
Problemas resueltos (1 al 15)	65
Capítulo 4. Circuitos Trifásicos	99
Problemas resueltos	99
Capítulo 4. Circuitos Acoplados y Transformadores.....	103
Problemas resueltos	103
Bibliografía	109

CAPÍTULO 2 FASORES

Problemas resueltos

Problema 14: “Cálculése la impedancia de entrada de la red mostrada en la figura 2.9 si $\omega = 500 \text{ rad/s}$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 275).

Solución:

En el problema 10, se calculó Z (figura 2.10 (b)). La impedancia de entrada Z_{ent} es igual a la impedancia equivalente entre $(4 - j2) \Omega$ y Z que se encuentran conectadas en serie.

$$Z = 7.53 \angle 62.65^\circ$$

$$Z_{ent} = 4 - j2 + 7.53 \angle 62.65^\circ$$

$$Z_{ent} = 4 - j2 + (3.46 + j 6.69)$$

$$Z_{ent} = 4 - j2 + 3.46 + j 6.69 = 7.46 + j 4.69$$

$$Z_{ent} = 8.81 \angle 32.16^\circ \Omega$$

Problema 15: “Un resistor de 200Ω , un capacitor de $25 \mu\text{F}$ y un inductor L están en paralelo. a) Encuéntrese la impedancia del arreglo en paralelo a $\omega = 100 \text{ rad/s}$ si $L = 10 \text{ H}$. b) Si la magnitud de la impedancia es de 80Ω a $\omega = 100 \text{ rad/s}$, hállese L . c) ¿Para qué valores de ω la magnitud de la impedancia es de 150Ω si $L = 10 \text{ H}$?” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 275).

Solución:

La figura 2.18 muestra el circuito de tres elementos conectados en paralelos.

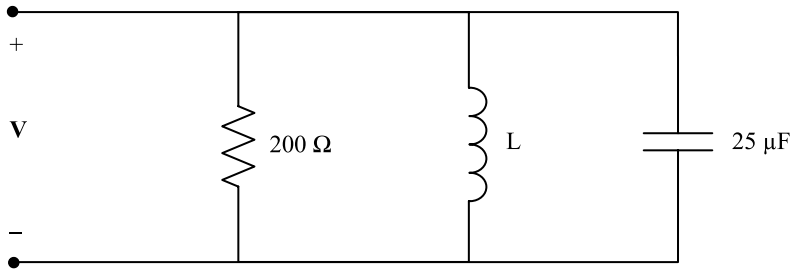


Figura 2.18

$$a) jX_L = j\omega L = j(100)(10) = j1000\Omega$$

$$-jX_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{(100)(25 \times 10^{-6})} = -j400\Omega$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{200} + \frac{1}{j1000} + \frac{1}{-j400}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{200} + \frac{1}{1000 \angle 90^\circ} + \frac{1}{400 \angle -90^\circ}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{200} + \frac{1}{1000} \angle -90^\circ + \frac{1}{400} \angle 90^\circ$$

$$\frac{1}{Z} = 5 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-3} \angle -90^\circ + 2.5 \times 10^{-3} \angle 90^\circ$$

$$\frac{1}{Z} = 5 \times 10^{-3} - j1 \times 10^{-3} + j2.5 \times 10^{-3}$$

$$\frac{1}{Z} = 5 \times 10^{-3} + j1.5 \times 10^{-3} = 5.22 \times 10^{-3} \angle 16.70^\circ$$

$$Z = \frac{1}{5.22 \times 10^{-3} \angle 16.70^\circ} = 191.57 \angle -16.70^\circ$$

$$\mathbf{Z} = 191.57 \angle -16.70^\circ = 183.5 - j55.05 \ \Omega$$

b) Sí $|\mathbf{Z}| = 80 \ \Omega$ a $\omega = 100 \text{ rad/s}$, $L = ?$

Considerando el gráfico de la figura 2.18:

$$jX_L = j\omega L = j 100L \ \Omega$$

$$-jX_C = -j400 \ \Omega$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{1}{200} + \frac{1}{j100L} + \frac{1}{-j400} = \frac{1}{200} + \frac{1}{100L \angle 90^\circ} + \frac{1}{400 \angle -90^\circ}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{1}{200} + \frac{1}{L} \left(\frac{1}{100} \angle -90^\circ \right) + \frac{1}{400} \angle 90^\circ$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}} = 5 \times 10^{-3} + \frac{0.01}{L} \angle -90^\circ + 2.5 \times 10^{-3} \angle 90^\circ$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}} = 5 \times 10^{-3} - j \frac{0.01}{L} + j 2.5 \times 10^{-3}$$

$$\frac{1}{\mathbf{Z}} = 5 \times 10^{-3} + j \left(2.5 \times 10^{-3} - \frac{0.01}{L} \right)$$

Sacando la magnitud, se tiene:

$$\frac{1}{|\mathbf{Z}|} = \left| 5 \times 10^{-3} + j \left(2.5 \times 10^{-3} - \frac{0.01}{L} \right) \right|$$

$$\left(\frac{1}{80} \right)^2 = \left(\sqrt{\left(5 \times 10^{-3} \right)^2 + \left(2.5 \times 10^{-3} - \frac{0.01}{L} \right)^2} \right)^2$$

$$\frac{1}{6400} = (5 \times 10^{-3})^2 + \left(2.5 \times 10^{-3} - \frac{0.01}{L}\right)^2$$

$$1.5625 \times 10^{-4} = 2.5 \times 10^{-5} + (2.5 \times 10^{-3})^2 - 2(2.5 \times 10^{-3})\left(\frac{0.01}{L}\right) + \left(\frac{0.01}{L}\right)^2$$

$$1.5625 \times 10^{-4} = 2.5 \times 10^{-5} + 6.25 \times 10^{-6} - \frac{5 \times 10^{-5}}{L} + \frac{1 \times 10^{-4}}{L^2}$$

$$1.5625 \times 10^{-4} - 2.5 \times 10^{-5} - 6.25 \times 10^{-6} = \frac{1}{L} 5 \times 10^{-5} + \frac{1}{L^2} 1 \times 10^{-4}$$

$$1.25 \times 10^{-4} = -\frac{5 \times 10^{-5}}{L} + \frac{1 \times 10^{-4}}{L^2}$$

Multiplicando por L^2 a cada término:

$$1.25 \times 10^{-4} L^2 = -\frac{5 \times 10^{-5}}{L} L^2 + \frac{1 \times 10^{-4}}{L^2} L^2$$

$$1.25 \times 10^{-4} L^2 = -5 \times 10^{-5} L - 1 \times 10^{-4} = 0$$

$$L_{1,2} = \frac{-5 \times 10^{-5} \pm \sqrt{(5 \times 10^{-5})^2 - 4(1.25 \times 10^{-4})(-1 \times 10^{-4})}}{2(1.25 \times 10^{-4})}$$

$$L_{1,2} = \frac{-5 \times 10^{-5} \pm \sqrt{2.5 \times 10^{-9} + 5 \times 10^{-8}}}{2.5 \times 10^{-4}}$$

$$L_{1,2} = \frac{-5 \times 10^{-5} \pm 2.29129 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-4}}$$

$$L_1 = \frac{-5 \times 10^{-5} + 2.29129 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-4}} = 0.71652 \text{H}$$

$$L_2 = \frac{-5 \times 10^{-5} - 2.29129 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-4}} = -1.12 \text{ H}$$

Como la inductancia, siempre debe ser positiva, se tiene:

$$L_1 = 0.72 \text{ H}$$

c) Para qué valores de ω la magnitud de la impedancia es de 150Ω si $L = 10 \text{ H}$.

Considerando el gráfico de la figura 2.18:

$$|Z| = 150 \Omega$$

$$jX_L = j\omega L = j 10\omega \Omega$$

$$-jX_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{\omega (25 \times 10^{-6})} = -j \frac{40000}{\omega} \Omega$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{200} + \frac{1}{j10\omega} + \frac{1}{-j \frac{40000}{\omega}}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{200} + \frac{1}{10\omega \angle 90^\circ} + \frac{1}{\frac{40000}{\omega} \angle -90^\circ}$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{200} + \frac{0.1}{\omega} \angle -90^\circ + \omega 2.5 \times 10^{-5} \angle 90^\circ$$

$$\frac{1}{Z} = 5 \times 10^{-3} - j \frac{0.1}{\omega} + j(\omega)(2.5 \times 10^{-5})$$

$$\frac{1}{Z} = 5 \times 10^{-3} + j \left(\omega (2.5 \times 10^{-5}) - \frac{0.1}{\omega} \right)$$

Sacando la magnitud de los dos lados:

$$\frac{1}{|Z|} = \sqrt{(5 \times 10^{-3})^2 + \left(2.5w \times 10^{-5} - \frac{0.1}{w}\right)^2}$$

$$\left(\frac{1}{150}\right)^2 = (5 \times 10^{-3})^2 + \left[2.5w \times 10^{-5} - \frac{0.1}{w}\right]^2$$

$$4.444 \times 10^{-5} = 2.5 \times 10^{-5} + \left[(2.5w \times 10^{-5})^2 - 2(2.5w \times 10^{-5})\left(\frac{0.1}{w}\right) + \left(\frac{0.1}{w}\right)^2 \right]$$

$$4.444 \times 10^{-5} = 2.5 \times 10^{-5} + w^2 6.25 \times 10^{-10} - 5 \times 10^{-6} + \frac{0.01}{w^2}$$

$$1.944 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-6} = w^2 6.25 \times 10^{-10} + \frac{0.01}{w^2}$$

$$2.444 \times 10^{-5} - w^2 6.25 \times 10^{-10} - \frac{0.01}{w^2} = 0$$

Multiplicando por w^2 todos los términos:

$$2.444 \times 10^{-5} w^2 - 6.25 \times 10^{-10} w^4 - \frac{0.01}{w^2} w^2 = 0$$

$$-6.25 \times 10^{-10} w^4 + 2.444 \times 10^{-5} w^2 - 0.01 = 0$$

$$S = w^2$$

$$-6.25 \times 10^{-10} S^2 + 2.444 \times 10^{-5} S - 0.01 = 0$$

$$S_{1,2} = \frac{-2.444 \times 10^{-5} \pm \sqrt{(2.444 \times 10^{-5})^2 - 4(-6.25 \times 10^{-10})(-0.01)}}{2(-6.25 \times 10^{-10})}$$

$$S_{1,2} = \frac{-2.444 \times 10^{-5} \pm \sqrt{5.97314 \times 10^{-10} - 2.5 \times 10^{-11}}}{-1.25 \times 10^{-9}}$$

$$S_{1,2} = \frac{-2.444 \times 10^{-5} \pm 2.39231 \times 10^{-5}}{-1.25 \times 10^{-9}}$$

$$S_1 = \frac{-2.444 \times 10^{-5} \pm 2.39231 \times 10^{-5}}{-1.25 \times 10^{-9}}$$

$$S_1 = \frac{-2.444 \times 10^{-5} + 2.39231 \times 10^{-5}}{-1.25 \times 10^{-9}}$$

$$S_1 = 413.52$$

$$w_1^2 = S_1$$

$$w_1 = \sqrt{413.52} = 20.34 \text{ rad/s}$$

$$S_2 = \frac{-2.444 \times 10^{-5} - 2.39231 \times 10^{-5}}{-1.25 \times 10^{-9}}$$

$$S_2 = 38690.48$$

$$w_2^2 = S_2$$

$$w_2 = \sqrt{38690.48} = 196.70 \text{ rad/s}$$

La frecuencia debe ser positiva, entonces se tiene dos respuestas de w , esto es:

$$W_1 = 20.34 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 196.70 \text{ rad/s.}$$

Problema 16: “Úse el análisis de nodos del circuito de la figura 2.19 para encontrar el voltaje fasorial de V_{RL} ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 291).

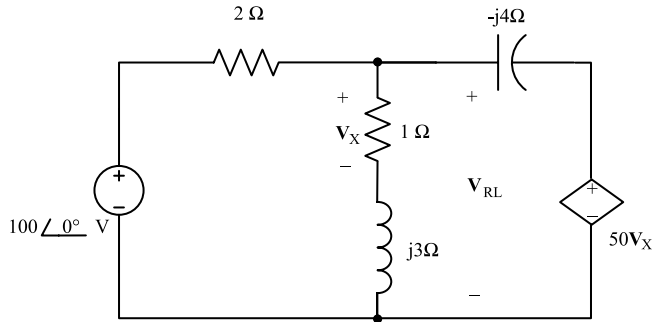


Figura 2.19

Solución:

En el circuito de la figura 2.19, se contabilizan cuatro nodos y el nodo de referencia. Se procede a asignar a cada nodo un potencial positivo con respecto al nodo de referencia, dando como resultado la figura 2.20.

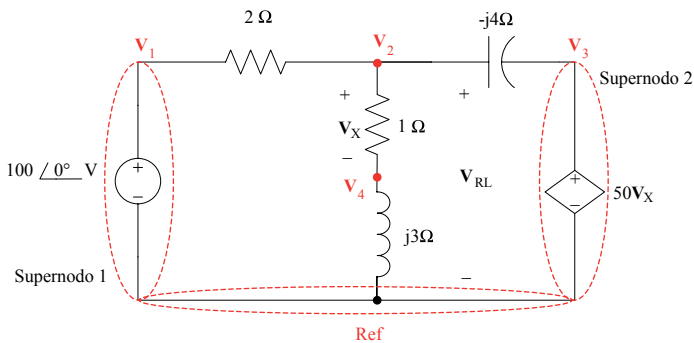


Figura 2.20

La fuente independiente de voltaje forma un supernodo 1 entre el nodo 1 y el de referencia, y la fuente dependiente de voltaje forma un supernodo 2 entre el nodo 3 y el de referencia.

Los supernodos 1 y 2 forman un supernodo, dando como resultado el supernodo 3 formado por los nodos 1 y 3 con el de referencia.

SUPERNODO 3

Se asume que los nodos 1, 3 y el de referencia, los cuales forman el supernodo 3, son de mayor potencial que los demás, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo se les asigna el signo negativo. Aplicando la LCK en el supernodo 3, se tiene:

$$\frac{1}{2}(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) + \frac{1}{j3}(0 - \mathbf{V}_4) + \frac{1}{-j4}(\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_2) = 0$$

$$0.5 \mathbf{V}_1 - 0.5 \mathbf{V}_2 - j 0.333(-\mathbf{V}_4) + j 0.25 \mathbf{V}_3 - j 0.25 \mathbf{V}_2 = 0$$

$$0.5 \mathbf{V}_1 - 0.5 \mathbf{V}_2 + j 0.333 \mathbf{V}_4 + j 0.25 \mathbf{V}_3 - j 0.25 \mathbf{V}_2 = 0$$

$$0.5 \mathbf{V}_1 - (0.5 + j 0.25) \mathbf{V}_2 + j 0.25 \mathbf{V}_3 + j 0.333 \mathbf{V}_4 = 0 \quad (2-1)$$

NODO 2

Se asume que el nodo 2 es de mayor potencial que los demás, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo se les asigna el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo 2, se tiene:

$$\frac{1}{2}(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1) + 1(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_4) + \frac{1}{-j4}(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3) = 0$$

$$\begin{aligned}0.5 \mathbf{V}_2 - 0.5 \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_4 + j 0.25 \mathbf{V}_2 - j 0.25 \mathbf{V}_3 &= 0 \\- 0.5 \mathbf{V}_1 + (1.5 + j 0.25) \mathbf{V}_2 - j 0.25 \mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_4 &= 0\end{aligned}\quad (2-2)$$

En la fuente independiente de voltaje:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_3 &= 50 \mathbf{V}_X \\ \mathbf{V}_X &= 1(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_4) = \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_4 \\ \mathbf{V}_3 &= 50(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_4) = 50\mathbf{V}_2 - 50\mathbf{V}_4 \\ \mathbf{V}_3 - 50\mathbf{V}_2 + 50\mathbf{V}_4 &= 0 \\ - 50\mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3 + 50\mathbf{V}_4 &= 0\end{aligned}\quad (2-3)$$

En el supernodo 1:

$$\mathbf{V}_1 = 100\angle 0^\circ$$

Para hallar V_{RL} , se debe encontrar el valor de \mathbf{V}_2 de la ecuación (2-3), despejamos \mathbf{V}_4 .

$$\begin{aligned}50 \mathbf{V}_4 &= 50 \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3 \\ \mathbf{V}_4 &= \frac{50}{50} \mathbf{V}_2 - \frac{1}{50} \mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_2 - 0.02 \mathbf{V}_3 \\ \mathbf{V}_4 &= \mathbf{V}_2 - 0.02 \mathbf{V}_3\end{aligned}\quad (2-5)$$

Con el valor de \mathbf{V}_1 , las ecuaciones (2-3) y (2-5) se reemplazan en la ecuación (2-1):

$$\begin{aligned}
 0.5(100\angle 0^\circ) - (0.5 + j 0.25) \mathbf{V}_2 + j 0.25 \mathbf{V}_3 + j 0.333 (\mathbf{V}_2 - 0.02 \mathbf{V}_3) &= 0 \\
 50 - 0.5 \mathbf{V}_2 - j 0.25 \mathbf{V}_2 + j 0.25 \mathbf{V}_3 + j 0.333 \mathbf{V}_2 - j 6.66 \times 10^{-3} \mathbf{V}_3 &= 0 \\
 \mathbf{V}_2 (-0.5 + j 0.083) + \mathbf{V}_3 (j 0.243) &= -50 \qquad (2-6)
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones (2-3) y (2-5) se reemplaza en la ecuación (2-2):

$$\begin{aligned}
 -0.5(100\angle 0^\circ) + (1.5 + j 0.25) \mathbf{V}_2 - j 0.25 \mathbf{V}_3 - (\mathbf{V}_2 - 0.02 \mathbf{V}_3) &= 0 \\
 -50 + 1.5 \mathbf{V}_2 + j 0.25 \mathbf{V}_2 - j 0.25 \mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_2 + 0.02 \mathbf{V}_3 &= 0 \\
 \mathbf{V}_2 (0.5 + j 0.25) + \mathbf{V}_3 (0.02 - j 0.25) &= 50 \qquad (2-7)
 \end{aligned}$$

Con la ecuación (2-6) y la ecuación (2-7), formamos el sistema de determinantes para calcular el voltaje \mathbf{V}_2 .

$$\mathbf{V}_2 = \frac{\begin{vmatrix} -50 & j 0.243 \\ 50 & 0.02 - j 0.25 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -0.5 + j 0.083 & j 0.243 \\ 0.5 + j 0.25 & 0.02 - j 0.25 \end{vmatrix}} = \frac{(-50)(0.02 - j 0.25) - (50)(j 0.243)}{(-0.5 + j 0.083)(0.02 - j 0.25) - (j 0.243)(0.5 + j 0.25)}$$

$$\mathbf{V}_2 = \frac{(-1 + j12.5) - j12.167}{(0.507\angle 170.57^\circ)(0.251\angle -85.43^\circ) - (0.243\angle 90^\circ)(0.559\angle 26.57^\circ)}$$

$$\mathbf{V}_2 = \frac{-1 + j0.333}{0.127\angle 85.14^\circ - 0.136\angle 116.57^\circ} = \frac{1.054\angle 161.58^\circ}{0.011 + j0.127 - (-0.061 + j0.122)}$$

$$\mathbf{V}_2 = \frac{1.054\angle 161.58^\circ}{0.072 + j0.005} = \frac{1.054\angle 161.58^\circ}{0.072\angle 3.97^\circ} = 14.64\angle 157.61^\circ$$

$$\mathbf{V}_2 = 14.64\angle 157.61^\circ \text{ V}$$

$$\mathbf{V}_{RL} = \mathbf{V}_2 = 14.64\angle 157.61^\circ \text{ V}$$

Problema 17: “Si $i_s(t) = 10^{-3} \text{Cos}(10^4 t) \text{ A}$ en el circuito mostrado en la figura 2.21. Hállese $v_1(t)$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 291).

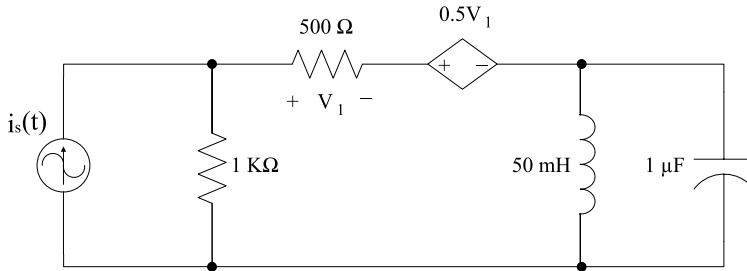


Figura 2.21

$$jX_L = j\omega L = j(10^4)(50 \times 10^{-3}) = j500 \Omega$$

$$jX_C = \frac{-j}{\omega C} = -\frac{j}{(10^4)(1 \times 10^{-6})} = -j100 \Omega$$

$$i_s(t) = 10^{-3} \text{Cos } 10^4 t \text{ A}$$

$$I_s = 10^{-3} \angle 0^\circ \text{ A}$$

Convirtiendo a fasores el circuito de la figura 2.21, se tiene el circuito de la figura 2.22.

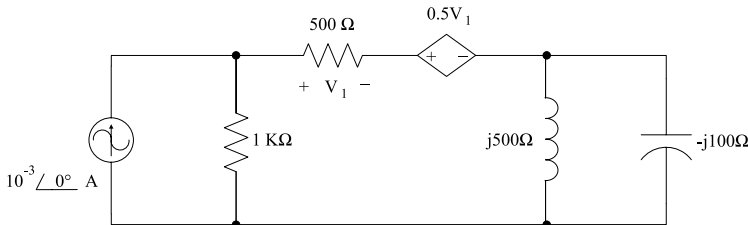


Figura 2.22

Se procede a hallar el voltaje $v_1(t)$ por el método de nodos. Observando el circuito de la figura 2.22 se ve que existen cuatro nodos uno de los cuales se toma como referencia y a cada uno de los nodos se asigna un potencial positivo con respecto al nodo de referencia, dando como resultado el circuito de la figura 2.23.

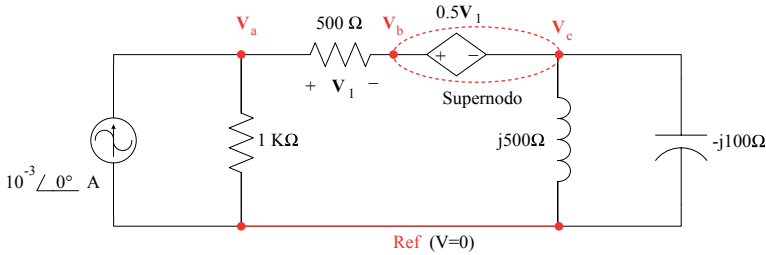


Figura 2.23

Existe una fuente de voltaje entre los nodos b y c formando un supernodo. Escribiendo las ecuaciones de nodos se tiene:

SUPERNODO

Se asume que los nodos b y c (los cuales forman el supernodo) son de mayor potencial que los demás, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo, el signo negativo. Aplicando la LCK en el supernodo, se tiene:

$$\frac{1}{500}(\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_a) + \frac{1}{j500}(\mathbf{V}_c - 0) + \frac{1}{-j100}(\mathbf{V}_c - 0) = 0$$

$$2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_b - 2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_a - j 2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_c + j 0.01 \mathbf{V}_c = 0$$

$$- 2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_a + 2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_b + j 8 \times 10^{-3} \mathbf{V}_c = 0$$

$$- 2 \mathbf{V}_a + 2 \mathbf{V}_b + j 8 \mathbf{V}_c = 0 \quad (2-8)$$

NODO a

Se asume que el nodo a es de mayor potencial que los demás, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo se les asigna el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo a, se tiene:

$$-10^{-3} \angle 0^\circ + \frac{1}{1000} (\mathbf{V}_a - 0) + \frac{1}{500} (\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b) = 0$$

$$1 \times 10^{-3} \mathbf{V}_a + 2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_a - 2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_b = 10^{-3} \angle 0^\circ$$

$$3 \times 10^{-3} \mathbf{V}_a - 2 \times 10^{-3} \mathbf{V}_b = 10^{-3} \angle 0^\circ$$

$$3 \mathbf{V}_a - 2 \mathbf{V}_b = 1 \quad (2-9)$$

En la fuente dependiente del supernodo:

$$\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c = 0.5 \mathbf{V}_1$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b$$

$$\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c = 0.5 (\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b) = 0.5 \mathbf{V}_a - 0.5 \mathbf{V}_b$$

$$\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c - 0.5 \mathbf{V}_a + 0.5 \mathbf{V}_b = 0$$

$$-0.5 \mathbf{V}_a + 1.5 \mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c = 0 \quad (2-10)$$

Para obtener el resultado de \mathbf{V}_1 , se debe hallar los voltajes \mathbf{V}_a y \mathbf{V}_b . Resolviendo por determinantes las ecuaciones (2-8), (2-9) y (2-10), se tiene:

$$\mathbf{V}_a = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 2 & j8 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1.5 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 2 & j8 \\ 3 & -2 & 0 \\ -0.5 & 1.5 & -1 \end{vmatrix}}$$

$$\mathbf{V}_a = \frac{0 - 2[(1)(-1) - 0] + j8[(1.5)(1) - 0]}{-2[(-1)(-2) - 0] - 2[(-1)(3) - 0] + j8[(1.5)(3) - (-0.5)(-2)]}$$

$$\mathbf{V}_a = \frac{2 + j12}{-4 + 6 + j28} = \frac{2 + j12}{2 + j28}$$

$$\mathbf{V}_a = \frac{12.16553 \angle 80.54^\circ}{28.07134 \angle 85.91^\circ}$$

$$\mathbf{V}_a = 0.43338 \angle -5.37^\circ \text{ V} \quad (2-11)$$

La ecuación (2-11) se reemplaza en la ecuación (2-9):

$$3(0.43338 \angle -5.37^\circ) - 2\mathbf{V}_b = 1$$

$$1.30014 \angle -5.37^\circ - 2\mathbf{V}_b = 1$$

$$-2\mathbf{V}_b = 1 - 1.30014 \angle -5.37^\circ$$

$$\mathbf{V}_b = -\frac{1}{2} + \frac{1.30014 \angle -5.37^\circ}{2}$$

$$\mathbf{V}_b = -0.5 + 0.65007 \angle -5.37^\circ$$

$$V_b = -0.5 + (0.647217 - j 0.060838)$$

$$V_b = 0.147212 - j 0.060838 = 0.15929 \angle -22.45^\circ$$

$$V_b = 0.15929 \angle -22.45^\circ \quad (2-12)$$

Reemplazando las ecuaciones (2-11) y (2-12) en V_1 se tiene:

$$V_1 = V_a - V_b$$

$$V_1 = 0.433380 \angle -5.37^\circ - 0.159293 \angle -22.45^\circ$$

$$V_1 = 0.431478 - j 0.040559 - (0.147217 - j 0.060838)$$

$$V_1 = 0.284261 + j 0.020279 = 0.284983 \angle 4.08^\circ$$

$$V_1 = 0.284983 \angle 4.08^\circ$$

$$v_1(t) = 0.284983 \text{ Cos } (10^4 t + 4.08^\circ)$$

$$v_1(t) = 0.285 \text{ Cos } (10^4 t + 4.08^\circ)$$

Problema 18: “Cálculése $v_3(t)$ en el circuito de la figura 2.24 usando el análisis de nodos” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 291).

Solución:

El circuito de la figura 2.24 se convierte a un circuito fasorial como se muestra en la figura 2.25.

$$Z_L = j\omega L = j(10^4)(0.4 \times 10^{-3}) = j4\Omega$$

$$Z_c = -\frac{j}{\omega c} = -\frac{j}{(10^4)(400 \times 10^{-6})} = -j0.25\Omega$$

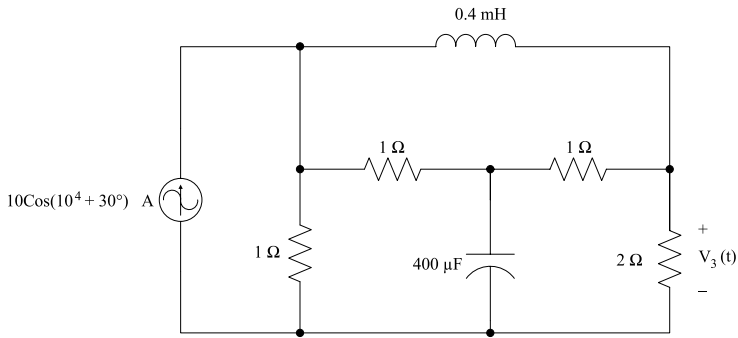


Figura 2.24

En la figura 2.25 existen tres nodos y el nodo de referencia. A continuación se plantean las ecuaciones de nodos.

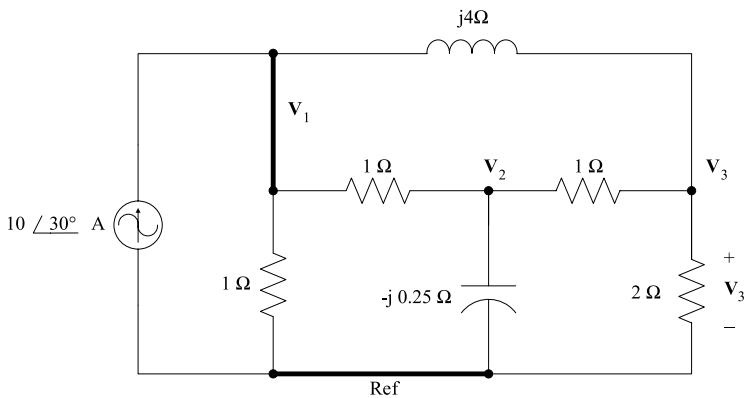


Figura 2.25 Circuito en formato fasorial

NODO 1

Se asume que el nodo 1 es de mayor potencial que los demás, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo se les asigna el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo 1 se tiene:

$$-10\angle 30^\circ + 1(\mathbf{V}_1 - \text{Ref}) + 1(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) + \frac{1}{j4}(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_3) = 0$$

$$-10\angle 30^\circ + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 + \frac{\mathbf{V}_1}{j4} - \frac{\mathbf{V}_3}{j4} = 0$$

$$-10\angle 30^\circ + 2\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 - j0.25\mathbf{V}_1 + j0.25\mathbf{V}_3 = 0$$

$$\mathbf{V}_1(2 - j0.25) - \mathbf{V}_2 + j0.25\mathbf{V}_3 = 10\angle 30^\circ \quad (2-13)$$

NODO 2

Se asume que el nodo 2 es de mayor potencial que los demás, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo se les asigna el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo 2 se tiene:

$$1(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1) + 1(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3) + \left(\frac{1}{-j0.25} \right) (\mathbf{V}_2 - \text{Ref}) = 0$$

$$\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3 + j4\mathbf{V}_2 = 0$$

$$-\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2(2 + j4) - \mathbf{V}_3 = 0 \quad (2-14)$$

NODO 3

Se asume que el nodo 3 es de mayor potencial que los demás, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo, el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo 3 se tiene:

$$1(\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_2) + \frac{1}{j4}(\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_1) + \frac{1}{2}\mathbf{V}_3 = 0$$

$$\mathbf{V}_3 - \mathbf{V}_2 - j0.25\mathbf{V}_3 + j0.25\mathbf{V}_1 + 0.5\mathbf{V}_3 = 0$$

$$j0.25\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3(1.5 - j0.25) = 0 \quad (2-15)$$

Con las ecuaciones (2-13), (2-4) y (2-15), se calcula \mathbf{V}_3 utilizando determinantes:

$$\mathbf{V}_3 = \frac{\begin{vmatrix} 2 - j0.25 & -1 & 10\angle 30^\circ \\ -1 & 2 + j4 & 0 \\ j0.25 & -1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 - j0.25 & -1 & j0.25 \\ -1 & 2 + j4 & -1 \\ j0.25 & -1 & 1.5 - j0.25 \end{vmatrix}}$$

$$\mathbf{V}_3 = \frac{0 + 0 + (10\angle 30^\circ)[1 - (j0.25)(2 + j4)]}{(2 - j0.25)[(2 + j4)(1.5 - j0.25) - 1] + 1[(-1)(1.5 - j0.25) - (-1)(j0.25)] + (j0.25)[1 - (j0.25)(2 + j4)]}$$

$$\mathbf{V}_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[1 - (0.25\angle 90^\circ)(4.47\angle 63.44^\circ)]}{(2.02\angle -7.12^\circ)[(4.47\angle 63.44^\circ)(1.52\angle -9.46^\circ) - 1] + (-1.5 + j0.25 + j0.25) + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (0.25\angle 90^\circ)(4.47\angle 63.44^\circ)]}$$

$$\mathbf{V}_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[1 - (1.12\angle 153.44^\circ)]}{(2.02\angle -7.12^\circ)[(6.79\angle 53.98^\circ) - 1] + (-1.5 + j0.5) + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (1.12\angle 153.44^\circ)]}$$

$$\mathbf{V}_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[1 - (-1.00 + j0.50)]}{(2.02\angle -7.12^\circ)[3.99 + j5.49 - 1] - 1.5 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (-1.00 + j0.50)]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[(1 - (-1.00 + j0.50))]}{(2.02\angle -7.12^\circ)[2.99 + j5.49] - 1.5 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (-1.00 + j0.50)]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[(1 - (-1.00 + j0.50))]}{(2.02\angle -7.12^\circ)(6.26\angle 61.43^\circ) - 1.5 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (-1.00 + j0.50)]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[(1 - (-1.00 + j0.50))]}{(12.64\angle 54.31^\circ) - 1.5 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (-1.00 + j0.50)]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[(1 - (-1.00 + j0.50))]}{7.37 + j10.27 - 1.5 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (-1.00 + j0.50)]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[(1 - (-1.00 + j0.50))]}{5.87 + j10.27 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[1 - (-1.00 + j0.50)]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[(1 + 1.00 - j0.5)]}{5.87 + j10.27 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[1 + 1.00 - j0.50]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)[(2 - j0.5)]}{5.87 + j10.27 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)[2 - j0.5]}$$

$$V_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)(2.06\angle -14.04^\circ)}{5.87 + j10.27 + j0.5 + (0.25\angle 90^\circ)(2.06\angle -14.04^\circ)}$$

$$V_3 = \frac{20.6\angle 15.96^\circ}{5.87 + j10.27 + j0.5 + 0.52\angle 75.96^\circ}$$

$$V_3 = \frac{20.6\angle 15.96^\circ}{5.87 + j10.27 + j0.5 + 0.13 + j0.5}$$

$$\mathbf{V}_3 = \frac{20.6\angle 15.96^\circ}{6.00 + j11.27} = \frac{20.6\angle 15.96^\circ}{12.77\angle 61.97^\circ} = 1.61\angle -46.01$$

$$\mathbf{V}_3 = 1.61\angle -46.01^\circ \text{ V}$$

$$v_3(t) = 1.61\cos(\omega t - 46.01^\circ)$$

$$v_3(t) = 1.61\cos(10^4 t - 46.01^\circ) \text{ V} \quad (2-16)$$

Problema 19: “Escribáanse y resuélvase tres ecuaciones de mallas para calcular $i_3(t)$ en el circuito mostrado en la figura 2.26” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 291).

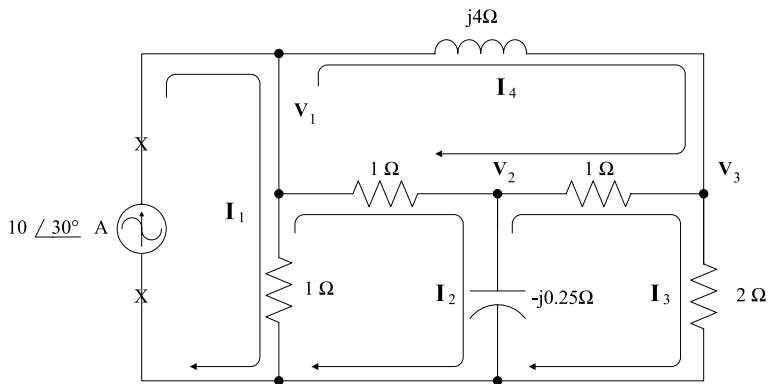


Figura 2.26. Análisis de mallas

Solución:

En la figura 2.26, se encuentran asignadas cuatro corrientes de malla. La fuente de corriente se abre y, en el circuito, solo quedan tres mallas. A continuación se plantean las corrientes de malla.

$$\mathbf{I}_1 = 10\angle 30^\circ \text{ A}$$

MALLA II

Se asume que la corriente de malla \mathbf{I}_2 polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de \mathbf{I}_2 , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$1(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) + 1(\mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_4) - j0.25(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3) = 0$$

$$\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_4 - j0.25\mathbf{I}_2 + j0.25\mathbf{I}_3$$

$$-\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2(2 - j0.25) + j0.25\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 = 0$$

$$(2 - j0.25)\mathbf{I}_2 + j0.25\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 = \mathbf{I}_1$$

$$(2 - j0.25)\mathbf{I}_2 + j0.25\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 = 10\angle 30^\circ \quad (2-17)$$

MALLA III

Se asume que la corriente de malla \mathbf{I}_3 polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de \mathbf{I}_3 , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$2\mathbf{I}_3 + (-j0.25)(\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_2) + 1(\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4) = 0$$

$$2\mathbf{I}_3 - j0.25\mathbf{I}_3 + j0.25\mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 = 0$$

$$j0.25\mathbf{I}_2 + (3 - j0.25)\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 = 0 \quad (2-18)$$

MALLA IV

Se asume que la corriente de malla \mathbf{I}_4 polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de \mathbf{I}_4 , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$j4 \mathbf{I}_4 + 1(\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_3) + 1(\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_2) = 0$$

$$j4\mathbf{I}_4 + \mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_3 + \mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_2 = 0$$

$$-\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 + (2 + j4)\mathbf{I}_4 = 0 \tag{2-19}$$

Con las tres ecuaciones de mallas (2-17), (2-18) y (2-19) se calcula \mathbf{I}_3 utilizando determinantes.

$$\mathbf{V}_3 = \begin{vmatrix} 2 - j0.25 & 10\angle 30^\circ & -1 \\ j0.25 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 + j4 \\ \hline 2 - j0.25 & j0.25 & -1 \\ j0.25 & 3 - j0.25 & -1 \\ -1 & -11 & 2 + j4 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{(2 - j0.25)(0) - (10\angle 30^\circ)[(j0.25)(2 + j4) - 1] + (-1)(0)}{(2 - j0.25)[(3 - j0.25)(2 + j4) - 1] - (j0.25)[(j0.25)(2 + j4) - 1] + (-1)[(j0.25)(-1) - (3 - j0.25)(-1)]}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{0 - (10\angle 30^\circ)(j0.5 - 1 - 1) + 0}{(2 - j0.25)(6 - j12 - j0.5 + 1 - 1) - j0.25(j0.5 - 1 - 1) - (-j0.25 + 3 - j0.25)}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{-(10\angle 30^\circ)(j0.5 - 2)}{(2 - j0.25)(6 + j11.5) - (j0.25)(j0.5 - 2) - (3 - j0.5)}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)(2 - j0.5)}{12 + j23 - j1.5 + 2.88 - (-0.12 - j0.5) - 3 + j0.5}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{(10\angle 30^\circ)(2.06\angle -14.04^\circ)}{12 + j23 - j1.5 + 2.88 + 0.12 + j0.5 - 3 + j0.5}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{20.6\angle 15.96^\circ}{12 + j22.5} = \frac{20.6\angle 15.96^\circ}{25.5\angle 61.93^\circ} = 0.81\angle -45.97^\circ$$

$$\mathbf{I}_3 = 0.81\angle -45.97^\circ$$

$$\mathbf{I}_3 = 0.81\angle -46^\circ$$

$$i_3(t) = 0.81\cos(\omega t - 46^\circ) \text{ A}$$

Problema 20: Calcúlese $i_3(t)$ utilizando el voltaje $v_3(t)$ del problema 18 que se encuentra en la ecuación (2-16).

Solución:

La ecuación (2-16) viene dada por:

$$v_3(t) = 1.62 \cos(10^4 t - 46.01^\circ) \text{ V}$$

En la figura 2.24, aplicando la ley de Ohm, se calcula $i_3(t)$; esto es:

$$i_3(t) = \frac{V_3(t)}{2}$$

$$i_3(t) = \frac{1.62}{2} \text{Cos}(10^4 t - 46.01^\circ) \text{A}$$

$$i_3(t) = 0.81 \text{Cos}(10^4 t - 46.01^\circ) \text{A}$$

Problema 21: “Si $\omega = 100 \text{ rad/s}$ para la fuente de la figura 2.27, encuentrese \mathbf{I}_1 ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 291).

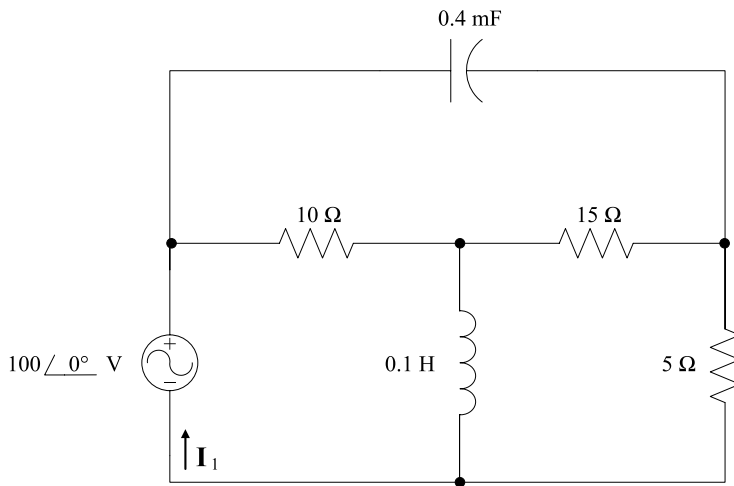


Figura 2.27

Solución:

El circuito de la figura 2.27 se transforma a un circuito fasorial que se encuentra en la figura 2.28.

$$\mathbf{Z}_c = -\frac{j}{\omega c} = -\frac{j}{(100)(0.4 \times 10^{-3})} = -j25 \Omega$$

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j(100)(0.1) = j10 \Omega$$

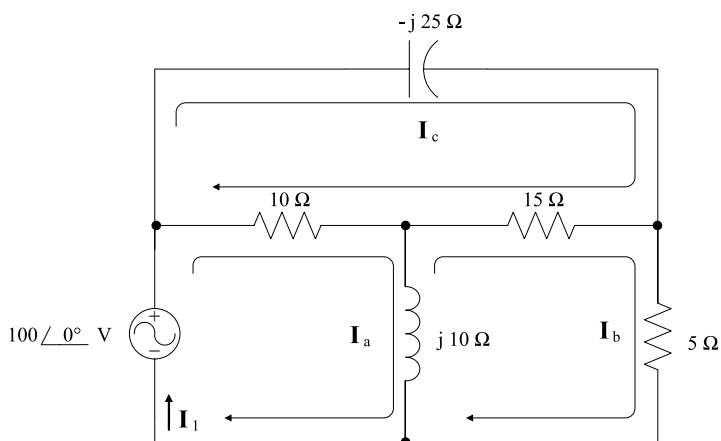


Figura 2.28

En el circuito de la figura 2.28 existen tres mallas. A continuación, se plantean las ecuaciones de mallas.

MALLA a:

Se asume que la corriente de malla I_a polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_a , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-100\angle 0^\circ + 10(I_a - I_c) + j10(I_a - I_b) = 0$$

$$-100\angle 0^\circ + 10I_a - 10I_c + j10I_a - j10I_b = 0$$

$$(10 + j10)I_a - j10I_b - 10I_c = 100\angle 0^\circ \quad (2-20)$$

MALLA b

Se asume que la corriente de malla I_b polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_b , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$j10(I_b - I_a) + 15(I_b - I_c) + 5I_b = 0$$

$$j10I_b - j10I_a + 15I_b - 15I_c + 5I_b = 0$$

$$-j10I_a + (20 + j10)I_b - 15I_c = 0 \quad (2-21)$$

MALLA c

Se asume que la corriente de malla I_c polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de I_c , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación, se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$15(I_c - I_b) + 10(I_c - I_a) + (-j25)I_c = 0$$

$$15I_c - 15I_b + 10I_c - 10I_a - j25I_c = 0$$

$$-10I_a - 15I_b + (25 - j25)I_c = 0 \quad (2-22)$$

Utilizando las ecuaciones (2-20), (2-21) y (2-22) mediante determinantes se calcula I_a :

**Solucionario de circuitos eléctricos
en estado estable**

$$\mathbf{I}_a = \frac{\begin{vmatrix} 100\angle 0^\circ & -j10 & -10 \\ 0 & 20 + j10 & -15 \\ 0 & -15 & 25 - j25 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 + j10 & -j10 & -10 \\ -j10 & 20 + j10 & -15 \\ -10 & -15 & 25 - j25 \end{vmatrix}} =$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{(100\angle 0^\circ)[(20 + j10)(25 - j25) - (15)(15)] - (-j10)(0) + (-10)(0)}{(10 + j10)[(20 + j10)(25 - j25) - 225] - (-j10)[(-j10)(25 - j25) - (-10)(-15)] + (-10)[(-j10)(-15) - (-10)(20 + j10)]}$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{100[500 - j500 + j250 + 250 - 225]}{(10 + j10)[500 - j500 + j250 + 250 - 225] + j10(-j250 - 250 - 150) - 10(j150 + 200 + j100)}$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{100(525 - j250)}{(10 + j10)(525 - j250) + j10(-400 - j250) - 10(200 + j250)}$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{52500 - j25000}{5250 - j2500 + j5250 + 2500 - j4000 + 2500 - 2000 - j2500}$$

$$\mathbf{I}_a = \frac{52500 - j25000}{8250 - j3750} = \frac{58148.52\angle -25.46^\circ}{9062.28\angle -24.44^\circ} = 6.42\angle -1.02^\circ$$

$$\mathbf{I}_a = 6.42\angle -1.02^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_a$$

$$\mathbf{I}_1 = 6.42\angle -1.02^\circ \text{ A}$$

Problema 22: “Úse se superposición para encontrar I_x e $i_x(t)$ en circuito de la figura 2.29” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 292).

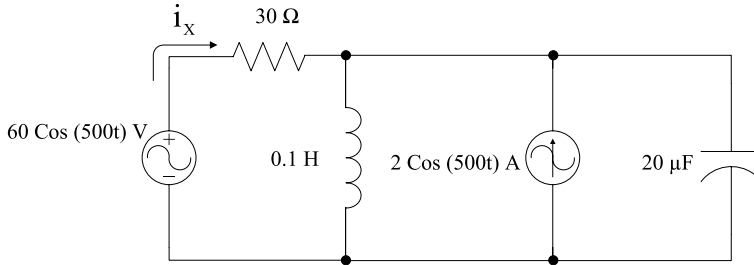


Figura 2.29

Solución:

El circuito de la figura 2.29 se transforma a un circuito fasorial que se encuentra en la figura 2.30.

$$Z_L = j\omega L = j(500)(0.1) = j50 \Omega$$

$$Z_c = -\frac{j}{\omega c} = -\frac{j}{(500)(20 \times 10^{-6})} = -j100 \Omega$$

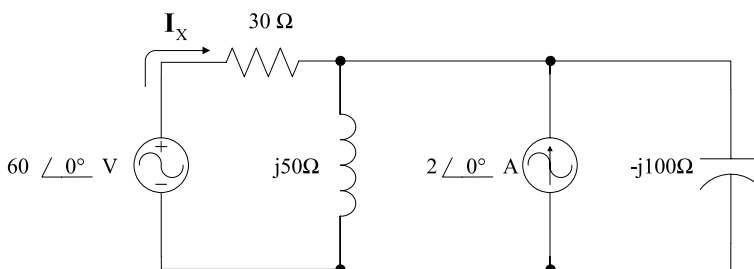


Figura 2.30

En el circuito de la figura 2.30, para encontrar la corriente fasorial I_x utilizando superposición, debido a que en el circuito existen dos fuentes independientes, entonces existen dos respuestas parciales. Para obtener estas respuestas parciales se hace actuar una sola fuente a la vez y la otra se hace cero. A continuación se procede a calcular cada una de las respuestas parciales:

Cuando actúa la fuente de voltaje de $60 \angle 0^\circ \text{V}$, la fuente de corriente de $2 \angle 0^\circ \text{A}$ se hace cero, esto es, el circuito se abre. El circuito se muestra en la figura 2.31, en este circuito se obtiene la impedancia equivalente Z_{eq} debido a que el inductor y el capacitor están conectados en paralelo. El circuito equivalente se muestra en la figura 2.32.

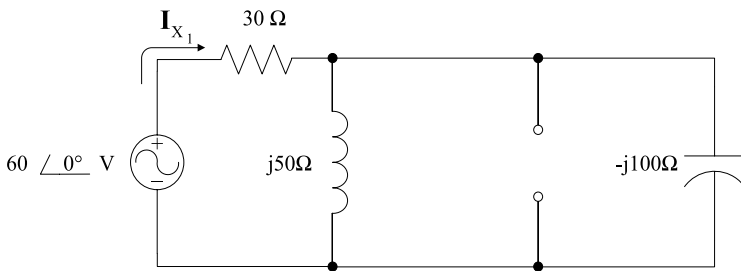


Figura 2.31

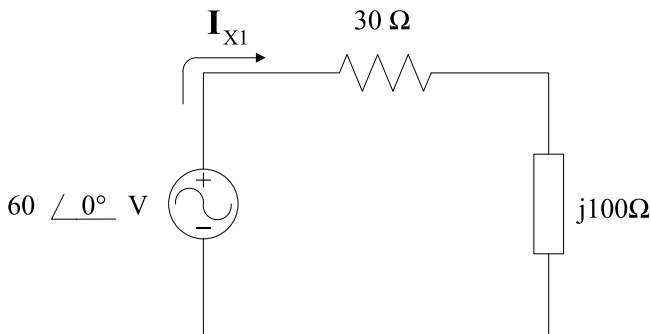


Figura 2.32

$$\mathbf{Z}_{\text{eq}} = \frac{(j50)(-j100)}{j50 + (-j100)} = \frac{5000}{-j50} = j100\Omega$$

En la figura 2.32, se aplica la LVK para calcular la corriente \mathbf{I}_{x1} :

$$-60\angle 0^\circ + 30\mathbf{I}_{x1} + j100\mathbf{I}_{x1} = 0$$

$$\mathbf{I}_{x1}(30 + j100) = 60\angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I}_{x1} = \frac{60\angle 0^\circ}{30 + j100} = \frac{60\angle 0^\circ}{104.40\angle 73.30^\circ} = 0.58\angle -73.3^\circ$$

$$\mathbf{I}_{x1} = 0.58\angle -73.3^\circ \text{ A}$$

Cuando actúa la fuente de corriente de $2\angle 0^\circ \text{ A}$, la fuente de voltaje de $60\angle 0^\circ \text{ V}$ se hace cero, es decir, un cortocircuito. El circuito se muestra en la figura 2.33, en este circuito se obtiene la impedancia equivalente $\mathbf{Z}_{\text{eq}} = j100\Omega$ debido a que el inductor y el capacitor están conectados en paralelo. El circuito equivalente se muestra en la figura 2.34 y se aplica divisor de corriente para obtener \mathbf{I}_{x2} .

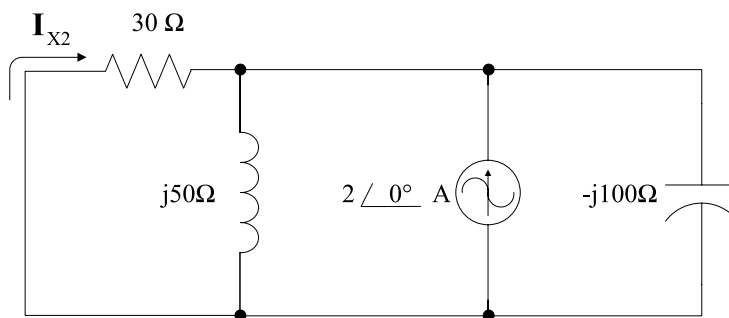


Figura 2.33

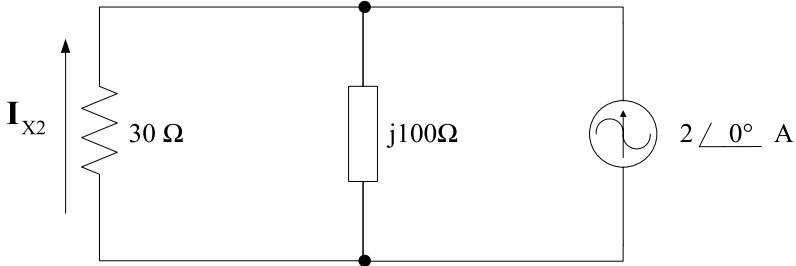


Figura 2.34

$$-\mathbf{I}_{x2} = (2\angle 0^\circ) \frac{j100}{30 + j100} = \frac{(2\angle 0^\circ)(100\angle 90^\circ)}{104.4\angle 73.3^\circ} = \frac{200\angle 90^\circ}{104.4\angle 73.3^\circ}$$

$$\mathbf{I}_{x2} = -1.92\angle 16.7^\circ \text{ A}$$

La respuesta total de I_x es la suma de las respuestas parciales.

$$\mathbf{I}_x = \mathbf{I}_{x1} + \mathbf{I}_{x2}$$

$$\mathbf{I}_x = 0.58\angle -73.3^\circ - 1.92\angle 16.7^\circ$$

$$\mathbf{I}_x = 0.17 - j0.56 - (1.84 + j0.55)$$

$$\mathbf{I}_x = 0.17 - j0.56 - 1.84 - j0.55$$

$$\mathbf{I}_x = -1.67 - j1.11 = 2.005\angle -146.39^\circ$$

$$\mathbf{I}_x = 2\angle -146.4^\circ \text{ A}$$

$$i_x(t) = 2\cos(\omega t - 146.4^\circ)$$

$$i_x(t) = 2\cos(500t - 146.4^\circ) \text{ A}$$

Problema 23: “Encuéntrese el equivalente de Thévenin de la red mostrada en la figura 2.35” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 293).

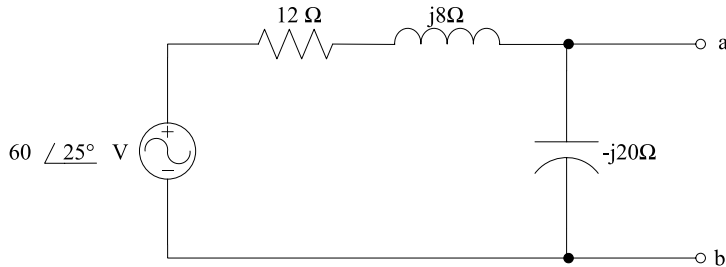


Figura 2.35

Solución:

Aplicando divisor de voltaje para calcular V_{ab} se tiene:

$$V_{ab} = (60 \angle 25^\circ) \frac{(-j20)}{12 - j12} = \frac{(60 \angle 25^\circ)(20 \angle -90^\circ)}{16.97 \angle -45^\circ}$$

$$V_{ab} = \frac{1200 \angle -65^\circ}{16.97 \angle -45^\circ} = 70.71 \angle -20^\circ$$

$$V_{TH} = V_{ab} = 70.71 \angle -20^\circ \text{ V}$$

Para calcular la impedancia de Thévenin (Z_{TH}) en el punto a-b, la fuente de voltaje se hace cero (cortocircuito), el circuito se muestra en la figura 2.36.

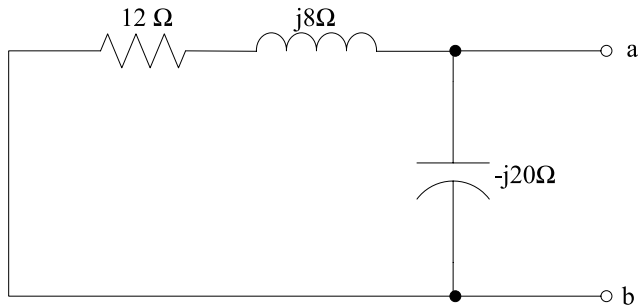


Figura 2.36

$$\mathbf{Z}_{ab} = \frac{(-j20)(12 + j8)}{12 - j12} = \frac{(20 \angle -90^\circ)(14.42 \angle 33.69^\circ)}{16.97 \angle -45^\circ}$$

$$\mathbf{Z}_{ab} = \frac{288.4 \angle -56.31^\circ}{16.97 \angle -45^\circ} = 17.00 \angle -11.31^\circ$$

$$\mathbf{Z}_{TH} = \mathbf{Z}_{ab} = 17 \angle -11.311^\circ \Omega = 16.67 - j3.33 \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin se encuentra en la figura 2.37.

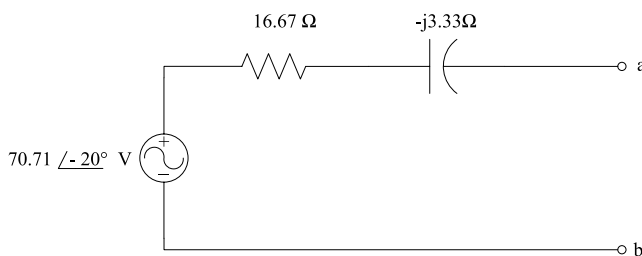


Figura 2.37

Problema 24: “Encuéntrese el equivalente de Thévenin de la red mostrada en la figura 2.38” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 293).

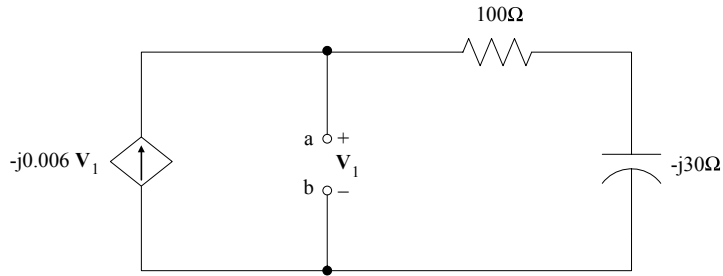


Figura 2.38

Solución:

Debido a que no existe ninguna fuente independiente en el circuito de la figura 2.38, el voltaje de Thévenin es igual a cero ($V_{TH}=0$). Para calcular la Z_{TH} se utiliza una fuente de corriente de 1A en los puntos a y b, tal como lo muestra la figura 2.39. Esta corriente debe entrar por el terminal de mayor potencial; en este caso, el punto a:

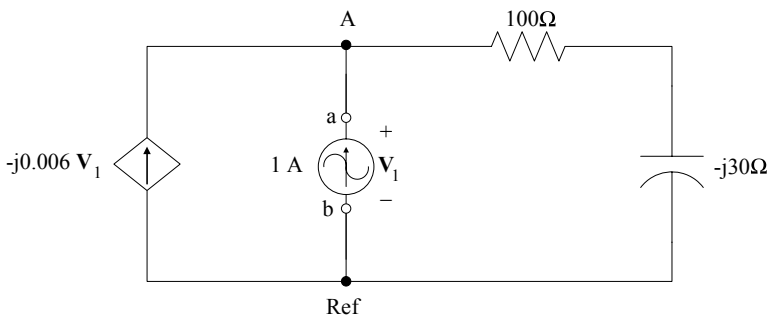


Figura 2.39

En la figura 2.39, utilizando el análisis de nodos con asignación de potenciales, en el nodo A, se asume que las corrientes que salen del nodo son positivas y las corrientes que entran al nodo son negativas. Aplicando la LCK en el nodo, se tiene:

$$-(-j0.006\mathbf{V}_1) - 1 + \frac{\mathbf{V}_1}{100 - j30} = 0$$

$$j0.006\mathbf{V}_1 - 1 + \mathbf{V}_1 \left(\frac{1}{104.4 \angle -16.7^\circ} \right) = 0$$

$$j0.006\mathbf{V}_1 - 1 + \mathbf{V}_1 (9.18 \times 10^{-3} \angle 16.7^\circ) = 0$$

$$j0.006\mathbf{V}_1 - 1 + 9.18 \times 10^{-3} \mathbf{V}_1 + j2.75 \times 10^{-3} \mathbf{V}_1 = 0$$

$$\mathbf{V}_1 (9.18 \times 10^{-3} + j8.75 \times 10^{-3}) = 1$$

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{9.18 \times 10^{-3} + j8.75 \times 10^{-3}} = \frac{1}{0.0127 \angle 43.63^\circ}$$

$$\mathbf{V}_1 = 78.74 \angle -43.63^\circ \text{ V}$$

$$\mathbf{Z}_{\text{TH}} = \frac{\mathbf{V}_1}{1} = 78.74 \angle -43.63^\circ$$

$$\mathbf{Z}_{\text{TH}} = 56.99 - j54.33 \, \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin se encuentra en la figura 2.40.

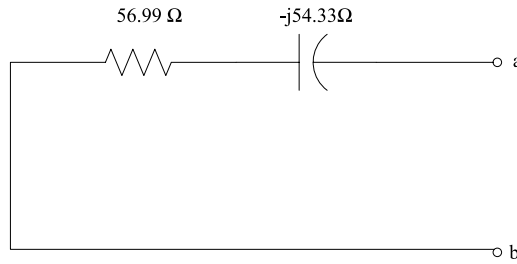


Figura 2.40

Problema 25: “Sea $\omega = 1 \text{ rad/seg}$ en la figura 2.41 y encuentre el equivalente de Thévenin visto desde los terminales a-b. Dibújese el circuito equivalente como una resistencia R_{TH} y una inductancia L_{TH} o una capacitancia C_{TH} ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 293).

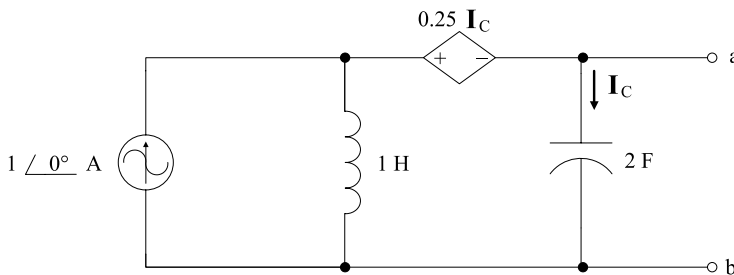


Figura 2.41

Solución:

El circuito de la figura 2.41 se transforma a un circuito fasorial que se encuentra en la figura 2.42.

$$Z_L = j\omega L = j(1)(1) = j1\Omega$$

$$Z_c = -\frac{j}{\omega c} = -\frac{j}{(1)(2)} = -j0.5\Omega$$

$$\mathbf{I}_1 = 1\angle 0^\circ \text{ A}$$

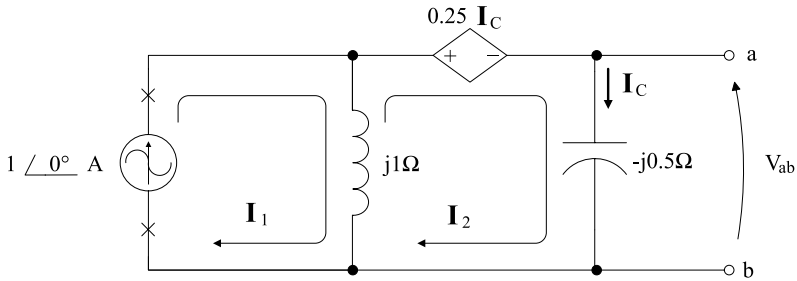


Figura 2.42

En la figura 2.42, se calcula el voltaje en los puntos a-b por análisis de mallas. La fuente independiente de corriente se abre y, en el circuito, solo queda una malla. A continuación se plantea la ecuación de malla:

MALLA II

Se asume que la corriente de malla \mathbf{I}_2 polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de \mathbf{I}_2 , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$j1(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) + 0.25\mathbf{I}_c + (-j0.5)\mathbf{I}_2 = 0$$

$$j\mathbf{I}_2 - j\mathbf{I}_1 + 0.25\mathbf{I}_2 - j0.5\mathbf{I}_2 = 0$$

$$-j\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2(0.25 + j0.5) = 0$$

$$(-j1)(1\angle 0^\circ) + \mathbf{I}_2(0.56\angle 63.44^\circ) = 0$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{(1\angle 90^\circ)(11\angle 0^\circ)}{0.56\angle 63.44^\circ} = \frac{1\angle 90^\circ}{0.56\angle 63.44^\circ} = 1.79\angle 26.56^\circ$$

$$\mathbf{I}_2 = 1.79\angle 26.56^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_{ab} = (-j0.5)\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{V}_{ab} = (0.5\angle -90^\circ)(1.79\angle 26.56^\circ) = 0.90\angle -63.44^\circ$$

$$\mathbf{V}_{TH} = \mathbf{V}_{ab} = 0.9\angle -63.44^\circ \text{ V}$$

Para calcular la impedancia de Thévenin, debido a que existe una fuente dependiente, se debe calcular la corriente de Norton \mathbf{I}_N , que consiste en cortocircuitar los puntos a y b; la corriente va dirigida desde a hasta b, tal como se muestra en la figura 2.43.

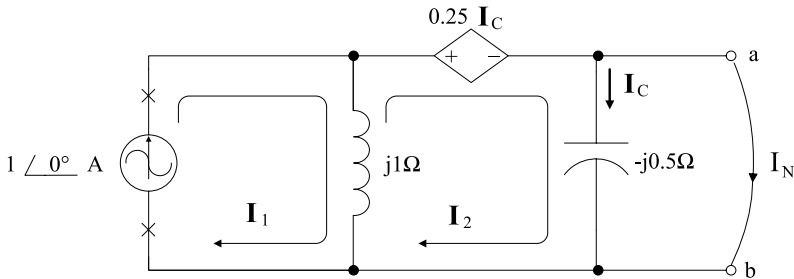


Figura 2.43

En la figura 2.43, la corriente \mathbf{I}_c se hace cero debido a que la impedancia de $-j0.5$ está en paralelo con el cortocircuito; entonces, la fuente dependiente de $0.25\mathbf{I}_c$ también se hace cero, quedando esta fuente en cortocircuito como se muestra en la figura 2.44.

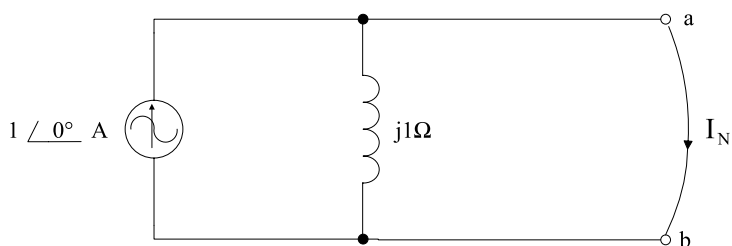


Figura 2.44

En la figura 2.44, la impedancia $j1 \Omega$ está en paralelo con el cortocircuito, por ahí no circula corriente. Entonces:

$$\mathbf{I}_N = 1\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{Z}_{\text{TH}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{TH}}}{\mathbf{I}_N} = \frac{0.9\angle -63.44^\circ}{1\angle 0^\circ} = 0.9\angle -63.44^\circ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{\text{TH}} = 0.40 - j0.80 \Omega$$

En la impedancia \mathbf{Z}_{TH} , la parte imaginaria es negativa. Entonces se trata de una reactancia capacitiva, esto es:

$$\mathbf{Z}_c = -\frac{j}{\omega C}$$

$$-j0.8 = -\frac{j}{(1)C}$$

$$C = \frac{1}{0.8}$$

$$C = 1.25 \text{ F}$$

El circuito equivalente de Thévenin se encuentra en la figura 2.45.

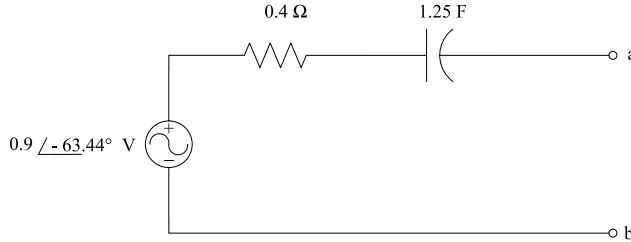


Figura 2.45

Problema 26: “Hállese el equivalente de Thévenin de la red mostrada en la figura 2.46 para $\omega = 10 \text{ rad/s}$ ” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 293).

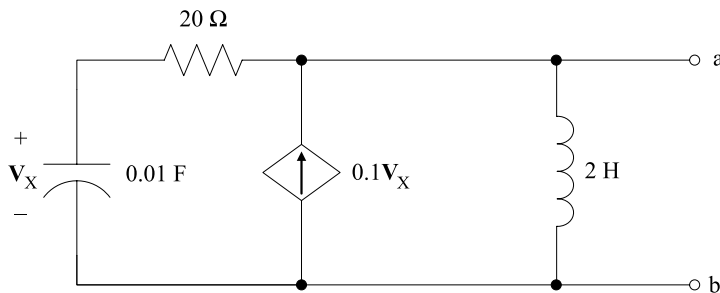


Figura 2.46

Solución:

El circuito de la figura 2.46 no tiene ninguna fuente independiente, razón por la cual el voltaje en los puntos a y b (V_{ab}) es igual a cero; entonces:

$$V_{TH} = V_{ab} = 0$$

Para calcular la impedancia de Thévenin se debe poner una fuente de corriente igual a 1A entrando por la terminal más positiva (a), tal como se muestra en el circuito fasorial de la figura 2.47.

$$Z_c = -\frac{j}{\omega c} = -\frac{j}{(10)(0.01)} = -j10\Omega$$

$$Z_L = j\omega L = j(10)(2) = j20\Omega$$

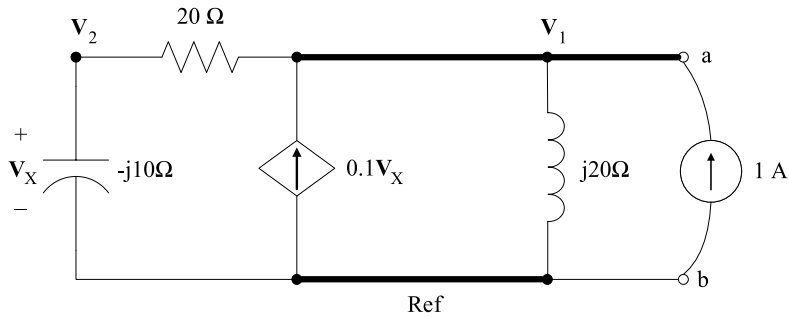


Figura 2.47

En la figura 2.47, se aplica análisis de nodos con asignación de potenciales para calcular V_1 .

NODO1

Se asume que el nodo 1 es de mayor potencial que los demás nodos, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo, se les asigna el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo, el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo, se tiene:

$$-0.1V_x + \frac{1}{j20}V_1 - 1 + \frac{1}{20}(V_1 - V_2) = 0$$

$$\mathbf{V}_x = \mathbf{V}_2$$

$$-0.1\mathbf{V}_2 + \frac{j}{-20}\mathbf{V}_1 - 1 + 0.05\mathbf{V}_1 - 0.05\mathbf{V}_2 = 0$$

$$-0.1\mathbf{V}_2 - j0.05\mathbf{V}_1 - 1 + 0.05\mathbf{V}_1 - 0.05\mathbf{V}_2 = 0$$

$$\mathbf{V}_1(0.05 - j0.05) - 0.15\mathbf{V}_2 = 1 \quad (2-23)$$

NODO 2

Se asume que el nodo 2 es de mayor potencial que los demás nodos, tomando en cuenta que a las corrientes que salen del nodo se le asignan el signo positivo y a las corrientes que entran al nodo se le asignan el signo negativo. Aplicando la LCK en el nodo, se tiene:

$$\frac{1}{20}(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1) + \frac{1}{-j10}\mathbf{V}_2 = 0$$

$$0.05\mathbf{V}_2 - 0.05\mathbf{V}_1 + j0.1\mathbf{V}_2 = 0$$

$$-0.05\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2(0.05 + j0.1) = 0$$

$$\mathbf{V}_2 = \frac{0.05\mathbf{V}_1}{0.05 + j0.1} \quad (2-24)$$

La ecuación (2-24) se reemplaza en la ecuación (2-23):

$$\mathbf{V}_1(0.05 - j0.05) - 0.15 \frac{0.05\mathbf{V}_1}{0.05 + j0.1} = 1$$

$$V_1(0.05 - j0.05) - \frac{7.5 \times 10^{-3}}{0.05 + j0.1} V_1 = 1$$

$$V_1(0.05 - j0.05) - \frac{7.5 \times 10^{-3}}{0.1118 \angle 63.44^\circ} V_1 = 1$$

$$V_1(0.05 - j0.05 - 0.0671 \angle -63.44^\circ) V_1 = 1$$

$$V_1(0.05 - j0.05 - 0.03 + j0.06) = 1$$

$$V_1(0.02 + j0.01) = 1$$

$$V_1 = \frac{1}{0.02 + j0.01} = \frac{1}{0.022361 \angle 26.56^\circ} = 44.72 \angle -26.56^\circ$$

$$V_1 = 44.72 \angle -26.56^\circ \text{ V}$$

$$Z_{\text{TH}} = \frac{V_1}{1} = 44.72 \angle -26.56^\circ \Omega$$

$$Z_{\text{TH}} = 40 - j20 \Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin se encuentra en la figura 2.48. Cuando la parte imaginaria de la impedancia es negativa, entonces se reemplaza por un capacitor.

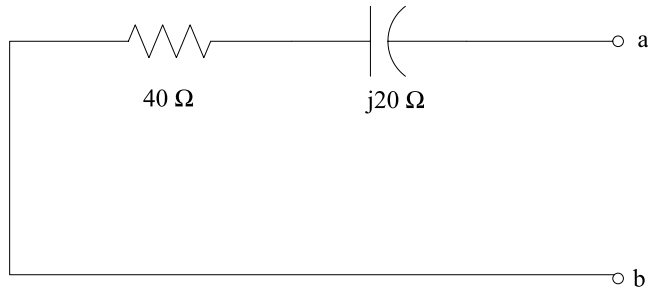


Figura 2.48

Problema 27: “Sea $\omega = 50 \text{ rad/s}$ para la fuente de la figura 2.49. Constrúyase un diagrama fasorial en el que se encuentren las tres corrientes” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 294).

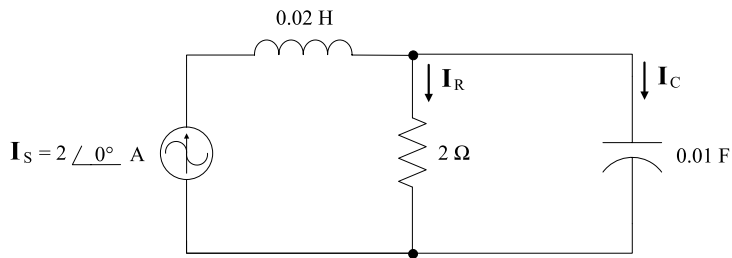


Figura 2.49

Solución:

El circuito de la figura 2.49 se transforma a un circuito fasorial que se encuentra en la figura 2.50.

$$Z_L = j\omega L = j(50)(0.02) = j1\Omega$$

$$Z_c = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{(50)(0.01)} = -j2\Omega$$

Se aplica divisor de corriente en el nodo A para calcular la corriente I_R e I_C ,

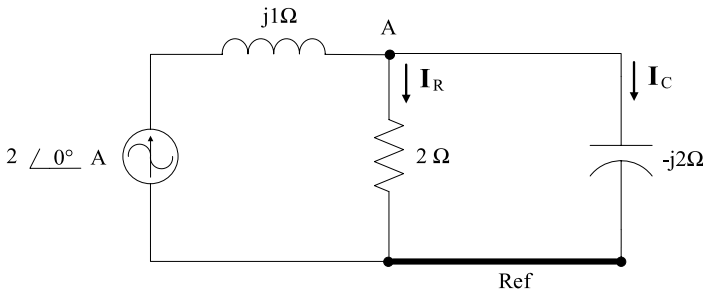


Figura 2.50

$$I_R = (2\angle 0^\circ) \frac{-j2}{2-j2} = \frac{(2\angle 0^\circ)(2\angle -90^\circ)}{2.83\angle -45^\circ} = \frac{4\angle -90^\circ}{2.83\angle -45^\circ} = 1.41\angle -45^\circ$$

$$I_R = 1.41\angle -45^\circ \text{ A} \quad (2-25)$$

$$I_C = (2\angle 0^\circ) \frac{2}{2-j2} = \frac{4\angle 0^\circ}{2.83\angle -45^\circ} = 1.41\angle 45^\circ$$

$$I_C = 1.41\angle 45^\circ \text{ A} \quad (2-26)$$

El diagrama fasorial de las corrientes I_S , I_R e I_C se encuentran en la figura 2.51.

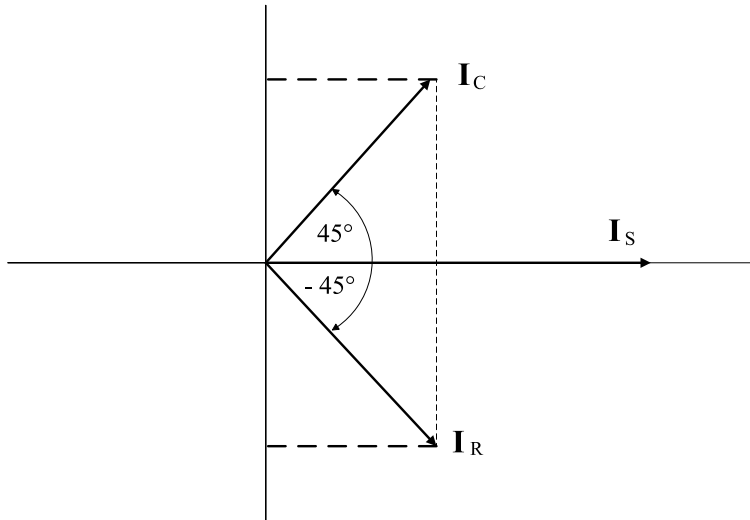


Figura 2.51

Problema 28: Refiriéndose a la figura 2.50 del problema 27, calcular los voltajes V_{RC} , V_L , V_S de la figura 2.52.

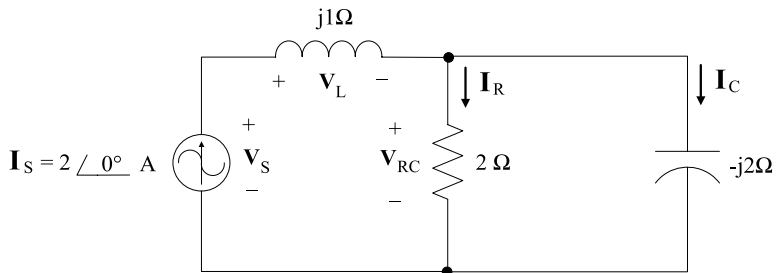


Figura 2.52

Solución:

En la figura 2.52, se aplica la Ley de Ohm en la resistencia de 2Ω para calcular el voltaje V_{RC} . El valor de la corriente I_R se encuentra en la ecuación (2-25); tenemos:

$$\begin{aligned}V_{RC} &= 2I_R = 2(1.41\angle -45^\circ) = 2.83\angle -45^\circ \\V_{RC} &= 2.83\angle -45^\circ \text{ V} \quad (2-27)\end{aligned}$$

Aplicando la Ley de Ohm en la impedancia $j1\Omega$:

$$\begin{aligned}V_L &= (j1)(I_S) \\V_L &= (j1)(2\angle 0^\circ) = (1\angle 90^\circ)(2\angle 0^\circ) = 2\angle 90^\circ \\V_L &= 2\angle 90^\circ \text{ V} \quad (2-28)\end{aligned}$$

En el lazo de la izquierda de la figura 2.52:

$$\begin{aligned}-V_S + V_L + V_{RC} &= 0 \\V_S &= V_L + V_{RC} = 2\angle 90^\circ + 2.83\angle -45^\circ \\V_S &= j2 + 2 - j2 \text{ V} \\V_S &= 2\angle 0^\circ \text{ V} \quad (2-29)\end{aligned}$$

Con las ecuaciones (2-27), (2-28) y (2-29) se realiza el diagrama fasorial de voltajes, que se encuentra representada en la figura 2.53.

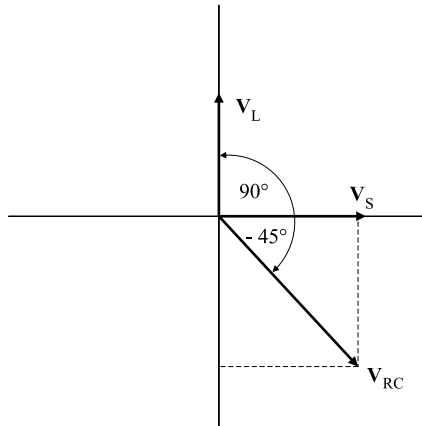


Figura 2.53

Problema 29: “En la figura 2.54, encuéntrese las corrientes I_1 , I_2 , I_3 , I_4 e I_5 ; luego realizar el diagrama fasorial de todas las corrientes” (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 293).

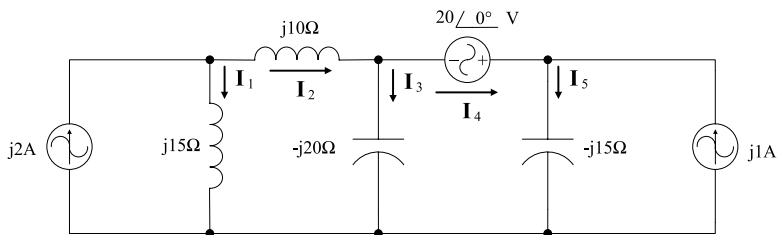


Figura 2.54

Solución:

En el circuito de la figura 2.54, se utiliza el análisis de mallas para calcular I_1 , I_2 , I_3 , I_4 e I_5 tal como se muestra en la figura 2.55. Existen cuatro mallas. Las dos fuentes de corriente se abren, quedando únicamente dos

mallas. En las fuentes de $j2\text{ A}$ y $j1\text{ A}$, se tiene:

$$\mathbf{I}_a = j2\text{A}$$

$$\mathbf{I}_d = -j1\text{A}$$

A continuación se plantean las ecuaciones de mallas:

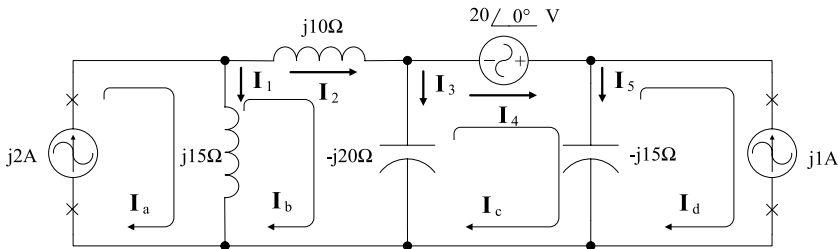


Figura 2.55

MALLA b

Se asume que la corriente de malla \mathbf{I}_b polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de \mathbf{I}_b , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$j15(\mathbf{I}_b - \mathbf{I}_a) + j10\mathbf{I}_b + (-j20)(\mathbf{I}_b - \mathbf{I}_c) = 0$$

$$j15\mathbf{I}_b - j15\mathbf{I}_a + j10\mathbf{I}_b - j20\mathbf{I}_b + j20\mathbf{I}_c = 0$$

$$-j15\mathbf{I}_a + j5\mathbf{I}_b + j20\mathbf{I}_c = 0$$

$$-j15(j2) + j5\mathbf{I}_b + j20\mathbf{I}_c = 0$$

$$30 + j5\mathbf{I}_b + j20\mathbf{I}_c = 0$$

$$j5\mathbf{I}_b + j20\mathbf{I}_c = -30 \quad (2-30)$$

MALLA C

Se asume que la corriente de malla \mathbf{I}_c polariza de más (+) a menos (-) en cada uno de los elementos pasivos. Las otras corrientes de malla, si están en la misma dirección de \mathbf{I}_c , se suman y, si están en direcciones opuestas, se restan. A continuación se aplica la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y, en cada elemento pasivo, la Ley de Ohm.

$$-20\angle 0^\circ + (-j15)(\mathbf{I}_c - \mathbf{I}_d) + (-j20)(\mathbf{I}_c - \mathbf{I}_b) = 0$$

$$-20\angle 0^\circ - j15\mathbf{I}_c + j15\mathbf{I}_d - j20\mathbf{I}_c + j20\mathbf{I}_b = 0$$

$$j20\mathbf{I}_b - j35\mathbf{I}_c + j15\mathbf{I}_d = 20\angle 0^\circ$$

$$j20\mathbf{I}_b - j35\mathbf{I}_c + j15(-j1) = 20\angle 0^\circ$$

$$j20\mathbf{I}_b - j35\mathbf{I}_c = 20\angle 0^\circ - 15\angle 0^\circ$$

$$j20\mathbf{I}_b - j35\mathbf{I}_c = 5 \quad (2-31)$$

Con las ecuaciones (2-30) y (2-31) se plantea el sistema de determinantes para calcular \mathbf{I}_b :

$$\mathbf{I}_b = \frac{\begin{vmatrix} -30 & j20 \\ 5 & -j35 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j5 & j20 \\ j20 & -j35 \end{vmatrix}} = \frac{(-30)(-j35) - (5)(j20)}{(j5)(-j35) - (j20)(j20)} = \frac{j1050 - j100}{175 + 400} = \frac{j950}{575}$$

$$\mathbf{I}_b = j1.65 \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_c = \frac{\begin{vmatrix} j5 & -30 \\ j20 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j5 & j20 \\ j20 & -j35 \end{vmatrix}} = \frac{(j5)(5) - (-30)(j20)}{(j5)(-j35) - (j20)(j20)} = \frac{j25 + j600}{175 + 400} = \frac{j625}{575} = j1.09$$

$$\mathbf{I}_c = j1.09 \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_a - \mathbf{I}_b$$

$$\mathbf{I}_1 = j2 - j1.65 = j0.35$$

$$\mathbf{I}_1 = 0.35 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_b = j1.65 \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_2 = 1.65 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_b - \mathbf{I}_c$$

$$\mathbf{I}_3 = j1.65 - j1.09 = j0.56$$

$$\mathbf{I}_3 = 0.56 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_4 = \mathbf{I}_c = j1.09$$

$$\mathbf{I}_4 = 1.09 \angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_5 = \mathbf{I}_c - \mathbf{I}_d$$

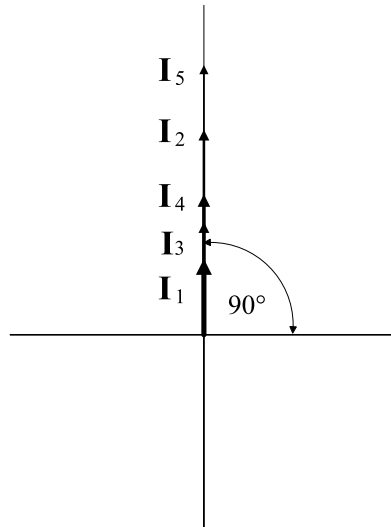


Figura 2.56

$$\mathbf{I}_5 = j1.09 - (-j1) = j1.09 + j1 = j2.09$$

$$\mathbf{I}_5 = 2.09 \angle 90^\circ \text{ A}$$

En la figura 2.56, se muestra la gráfica de los fasores \mathbf{I}_1 , \mathbf{I}_2 , \mathbf{I}_3 , \mathbf{I}_4 e \mathbf{I}_5 .

Problema 30: Dadas las corrientes i_1 , i_2 e i_3 y los voltajes v_1 y v_2 , realizar el diagrama fasorial.

$$i_1 = 20 \cos(\omega t - 35^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = 10 \sin(\omega t + 170^\circ) \text{ A}$$

$$i_3 = -8 \cos(\omega t + 15^\circ) \text{ A}$$

$$v_1 = 120\text{sen}(wt)\text{V}$$

$$v_2 = 100\text{sen}(wt - 30^\circ)\text{V}$$

Solución:

Para realizar el diagrama fasorial, todas las funciones deben estar en cosenos.

$$i_1 = 20\text{Cos}(wt - 35^\circ)$$

$$\mathbf{I}_1 = 20\angle -35^\circ \text{ A}$$

$$i_2 = 10\text{Sen}(wt + 170^\circ)$$

Para convertir una función seno en una función coseno, se aplica la siguiente ecuación:

$\text{sen}(wt) = \text{cos}(wt - 90^\circ)$, reemplazando en i_2 , se tiene,

$$i_2 = 10\text{Cos}(wt + 170^\circ - 90^\circ)$$

$$i_2 = 10\text{Cos}(wt + 80^\circ)$$

$$\mathbf{I}_2 = 10\angle 80^\circ \text{ A}$$

Un signo negativo en la amplitud de la función, contribuye al ángulo con $+180^\circ$ o con -180° :

$$i_3 = -8\text{Cos}(wt + 15^\circ)$$

$$i_3 = 8\text{Cos}(wt + 15^\circ - 180^\circ)$$

$$i_3 = 8 \cos(\omega t - 165^\circ)$$

$$\mathbf{I}_3 = 8 \angle -165^\circ \text{ A}$$

$$v_1 = 120 \cos(\omega t - 90^\circ)$$

$$\mathbf{V}_1 = 120 \angle -90^\circ \text{ V}$$

$$v_2 = 100 \sin(\omega t - 30^\circ)$$

$$v_2 = 100 \cos(\omega t - 30^\circ - 90^\circ)$$

$$v_2 = 100 \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$\mathbf{V}_2 = 100 \angle -120^\circ \text{ V}$$

El diagrama fasorial se muestra en la figura 2.57.

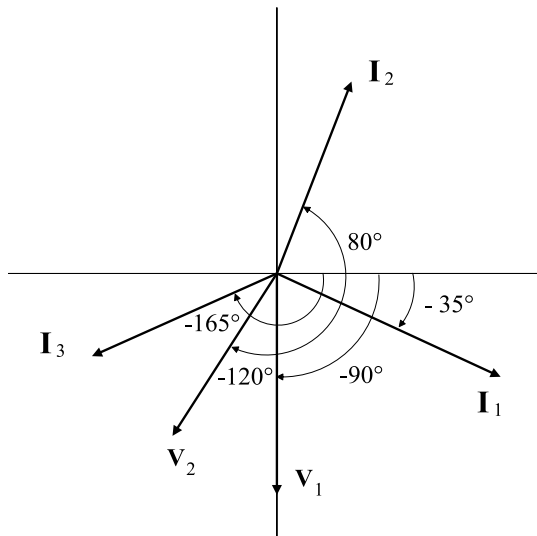


Figura 2.57

CAPÍTULO 3

POTENCIA PROMEDIO Y VALORES EFICACES O RMS

Problemas Resueltos

Problema 1: Calcular la potencia instantánea para el circuito resistivo puro que se muestra en la figura 3.1.

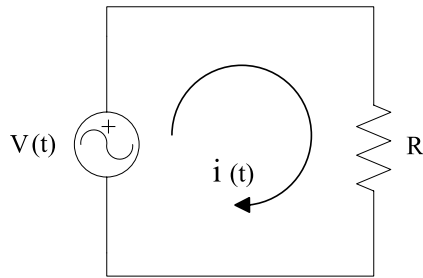


Figura 3.1 Circuito resistivo puro

Solución:

La figura 3.1 muestra un circuito resistivo puro, el mismo que está constituido por una fuente de voltaje $v(t) = V_m \cos \omega t$ y una resistencia R .

Para calcular la potencia instantánea se utiliza la ecuación (3-1) donde $v(t)$ representa el voltaje en función del tiempo e $i(t)$ representa la corriente en función del tiempo. Para representar el voltaje o la corriente en función del tiempo simplemente se representará con letras minúsculas, esto es, i o v .

$$p(t) = v(t) i(t) \quad (3-1)$$

La potencia que recibe la resistencia R, puede expresarse en términos de la corriente o del voltaje:

$$p = vi = i^2 R = \frac{v^2}{R}$$

Problema 2: Calcular la potencia instantánea en el circuito inductivo puro que se muestra en la figura 3.2.

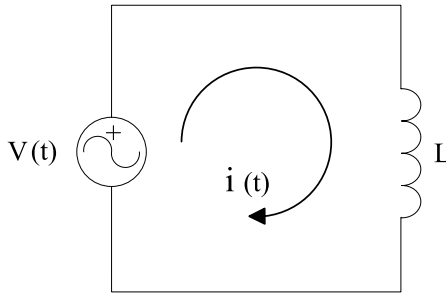


Figura 3.2 Circuito inductivo puro

Solución:

La figura 3.2 muestra un circuito inductivo puro, el mismo que está constituido por una fuente de voltaje $v(t) = V_m \cos \omega t$ y un inductor L.

La potencia que recibe el inductor L, puede expresarse en términos de la corriente o del voltaje. Por definición, el voltaje en el inductor es $v = L di/dt$, se reemplaza en la ecuación (3-1), se tiene,

$$p = vi$$
$$p = Li \frac{di}{dt}$$

$$p = \frac{1}{L} v \int_{-\infty}^t v dt$$

Problema 3: Calcular la potencia instantánea en un circuito capacitivo puro que se muestra en la figura 3.3.

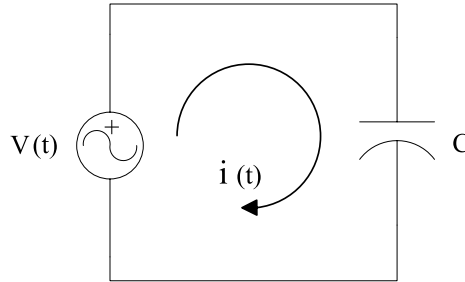


Figura 3.3. Circuito capacitivo puro

La figura 3.3 muestra un circuito capacitivo puro, el mismo que está constituido por una fuente de voltaje $v(t) = V_m \cos \omega t$ y un capacitor C .

La potencia que recibe el capacitor C puede expresarse en términos de la corriente o del voltaje. Por definición, la corriente en el capacitor es Cdv/dt , se reemplaza en la ecuación (3-1), se tiene:

$$p = vi$$

$$p = Cv \frac{dv}{dt}$$

$$p = \frac{1}{C} i \int_{-\infty}^t i dt$$

Problema 4: Considere el circuito RL excitado por una fuente cosenoidal de voltaje $v(t) = V_m \cos \omega t$, mostrado en la figura 3.4. Determinar la potencia total entregada por la fuente o absorbida por la red pasiva.

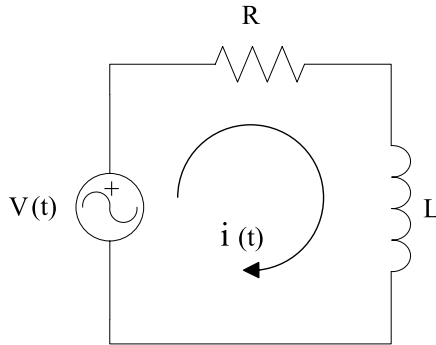


Figura 3.4. Circuito RL excitado por una fuente $v(t) = V_m \cos \omega t$.

Solución:

Para resolver este problema de una manera más fácil, el circuito de corriente alterna representado en la figura 3.4 se transforma a un circuito fasorial representado en la figura 3.5. La transformación de un circuito de corriente alterna a un circuito fasorial, se realiza de la siguiente manera: La resistencia R pasa como resistencia R . La inductancia L pasa como $j\omega L$ y este valor está expresado en ohmios. El voltaje v pasa como \mathbf{V} y la corriente i pasa como \mathbf{I} . A continuación se aplica la Ley de Voltaje de Kirchhoff (LVK).

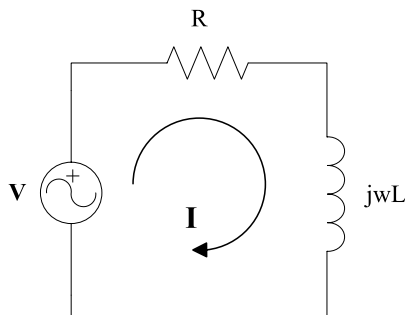


Figura 3.5. Circuito RL en forma fasorial.

$$-V + R I + j\omega L I = 0$$

$$(R + j\omega L) I = V$$

$$I = \frac{V}{R + j\omega L} = \frac{V_m \angle 0^\circ}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \angle \theta}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$I = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \angle -\theta \quad (3-2)$$

Convirtiendo la ecuación (3-2) a función del tiempo:

$$i(t) = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\omega t - \theta)$$

Reemplazando en la ecuación (3-1):

$$p(t) = [V_m \cos \omega t] \left[\frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\omega t - \theta) \right]$$

$$p(t) = \frac{V_m^2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \omega t \cos(\omega t - \theta) \quad (3-3)$$

Utilizando la siguiente identidad trigonométrica:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$

Y haciendo:

$$A = \omega t$$

$$B = (\omega t - \theta)$$

Se reemplaza en la ecuación (3-3):

$$p(t) = \frac{V_m^2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \frac{1}{2} [\cos(\omega t - (\omega t - \theta)) + \cos(\omega t + (\omega t - \theta))]$$

$$p(t) = \frac{V_m^2}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \frac{1}{2} [\cos \theta + \cos(2\omega t - \theta)] \quad (3-4)$$

El modulo de la impedancia Z es:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Reemplazando en la ecuación (3-4):

$$p(t) = \frac{1}{2} \frac{V_m}{|Z|} \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{V_m}{|Z|} \cos(2\omega t - \theta)$$

Pero:

$$I_m = \frac{V_m}{|Z|}$$

Se reemplaza, finalmente la potencia instantánea viene dada por la ecuación (3-5):

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t - \theta) \quad (3-5)$$

Problema 5: El circuito de la figura 3.6 tiene una fuente sinusoidal de voltaje que entrega energía a través de una línea de transmisión con una impedancia de $Z = 0.01 + j0.5$ ohm, a una carga que consume una potencia de 30 Kw a un voltaje de 5000 Vrms y con un factor de potencia de 0.8 atrasado. Calcular la onda sinusoidal de voltaje V_s .

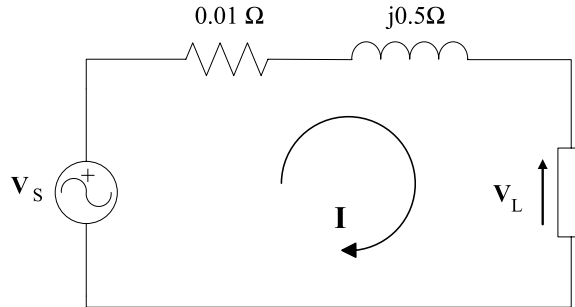


Figura 3.6

Solución:

Los datos del problema son:

$$P = 30 \text{ Kw}$$

$$V_L = 5000 \angle 0^\circ \text{ Vrms}$$

$$FP = \cos \theta = 0.8 \text{ atrasado}$$

Despejando θ :

$$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.87^\circ$$

Utilizando la fórmula de la potencia promedio:

$$P = V_{ef} I_{ef} \cos \theta$$

$$I_{ef} = \frac{P}{V_{ef} \cos \theta} = \frac{30 \times 10^3}{(5000)(0.8)} = 7.5 \text{ A}$$

Para hallar el ángulo de la corriente, se realiza el diagrama fasorial y se procede de la siguiente manera: primero se dibuja el fasor de voltaje V_L que tiene un ángulo de 0° ; luego se considera el ángulo del factor de potencia de la carga el cual es 36.87° ; se considera la palabra **atrasado** el cual indica que se debe mover a favor de las manecillas del reloj desde 0° hasta el ángulo de desfase de $\theta = 36.87^\circ$, como se indica en la figura 3.7. De esta manera se puede obtener el ángulo de la corriente $\beta = -36.87^\circ$. El fasor de la corriente queda de la siguiente manera:

$$I = 7.5 \angle -36.87^\circ \text{ Arms}$$

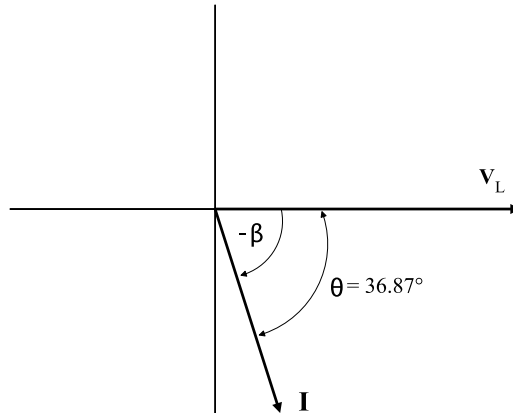


Figura 3.7. Diagrama fasorial para obtener el ángulo de la corriente I , $\beta = -36.87^\circ$.

El fasor de la impedancia Z en formato rectangular y en formato polar, se representa a continuación:

$$\mathbf{Z} = 0.01 + j0.5$$

$$\mathbf{Z} = 0.5 \angle 88.85^\circ$$

En el circuito de la figura 3.6, se aplica la LVK:

$$-\mathbf{V}_s + 0.5 \angle 88.85^\circ \mathbf{I} + 5000 \angle 0^\circ = 0$$

$$-\mathbf{V}_s + (0.5 \angle 88.85^\circ) (7.5 \angle -36.87^\circ) + 5000 \angle 0^\circ = 0$$

$$\mathbf{V}_s = 3.75 \angle 51.98^\circ + 5000 \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{V}_s = 2.31 + j 2.95 + 5000$$

$$\mathbf{V}_s = 5002.31 + j 2.95$$

$$\mathbf{V}_s = 5002.31 \angle 0.03^\circ \text{ V}_{\text{rms}}$$

Problema 6: El circuito de la figura 3.8 muestra tres cargas conectadas a una fuente sinusoidal de voltaje, a través de una línea de transmisión (LT); siendo la carga 1 inductiva, la carga 2 capacitiva y la carga 3 inductiva.

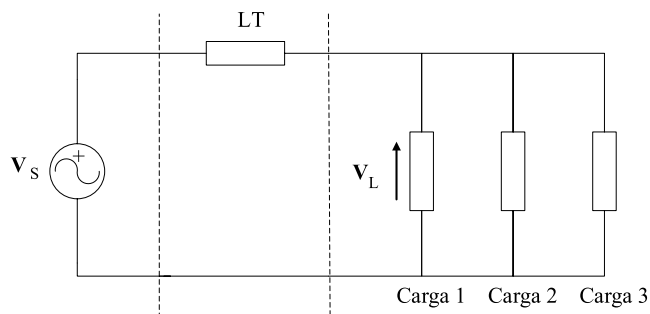


Figura 3.8. Tres cargas conectadas a una fuente a través de una LT.

Solución:

Para la carga 1, se calculan P_1 , Q_1 y $|S_1|$. Para la carga 2, se calculan P_2 , Q_2 y $|S_2|$. Finalmente, para la carga 3, se calculan P_3 , Q_3 y $|S_3|$.

Para calcular la potencia total, se utiliza el método del triángulo de potencias que consiste en lo siguiente: para cada una de las cargas se dibuja un triángulo de potencia y se conectan, uno a continuación de otro, como se muestra en la figura 3.9. Si la potencia reactiva Q es positiva, en la gráfica va hacia arriba, si la Q es negativa, se dibuja hacia abajo.

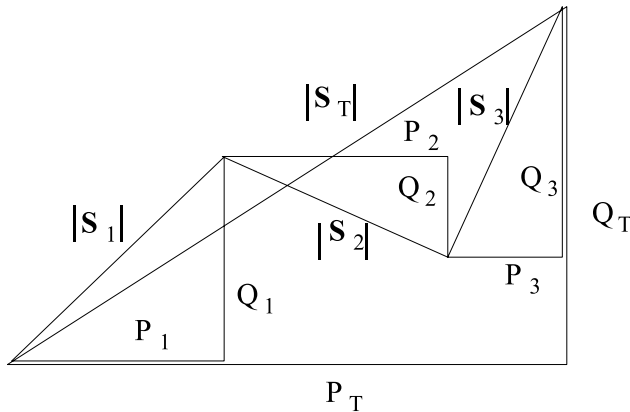


Figura 3.9. Carga total utilizando el triángulo de potencia.

Considerando el diagrama de la figura 3.9, las potencias totales real P_T y reactiva Q_T , se encuentran realizando la suma algebraica, como se indica en las ecuaciones siguientes:

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q_T = Q_1 - Q_2 + Q_3$$

La potencia aparente $|S|$ se encuentra aplicando el Teorema de Pitágoras.

$$|\mathbf{S}| = P_T^2 + Q_T^2$$

El factor de potencia, mediante la fórmula:

$$FP_T = \frac{P_T}{|\mathbf{S}_T|}$$

Y el ángulo total θ_T , se determina utilizando la función trigonométrica en el triángulo de potencia total:

$$\theta_T = \tan^{-1} \frac{Q_T}{P_T}$$

Problema 7: Una fuente de de 240 Vrms (figura 3.10) y una capacidad de 350 KVA, la fuente tiene una carga conectada que es un motor de 100 HP y un factor de potencia de 0.75 atrasado. Se desea mejorar el factor de potencia a 0.95 atrasado, determinar la capacidad en KVAR del capacitor necesario y la capacitancia del capacitor.

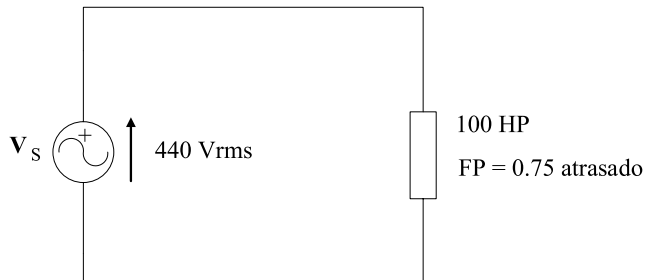


Figura 3.10

Solución:

De los datos del problema:

$$FP = \cos \theta = 0.75$$

$$\theta = \cos^{-1} 0.75 = 41.41^\circ$$

$$P = 100 \text{ HP} \frac{746 \text{ W}}{1 \text{ HP}} \frac{1 \text{ KW}}{1000 \text{ W}} = 74.6 \text{ KW}$$

El triángulo de potencia de la carga de 100 HP está dibujado en la figura 3.11 y se procede a calcular la potencia reactiva Q y la potencia aparente $|S|$.

$$\tan \theta = Q/P$$

$$Q = P \tan \theta = 74.6 \times 10^3 \tan 41.41 = 65791.89 \text{ VAR}$$

$$Q = 65.79 \text{ KVAR}$$

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{74.6^2 + 65.79^2} = 99.47 \text{ KVAR}$$

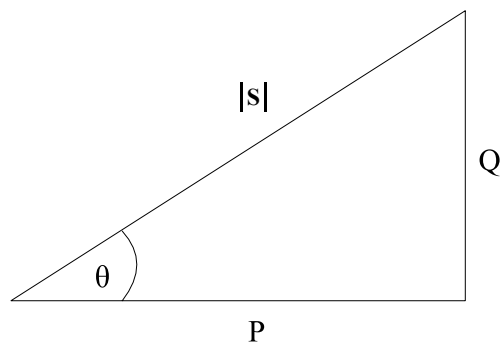


Figura 3.11. Triángulo de potencia de la carga de 100 HP.

Para mejorar el factor de potencia a 0.95 atrasado, se conecta un capacitor C en paralelo con la carga de 100 HP, tal como lo indica la figura 3.12. Como se trata de una carga capacitiva pura, no existe potencia real P, únicamente existe potencia reactiva capacitiva Q_C con un desfase de 90° .

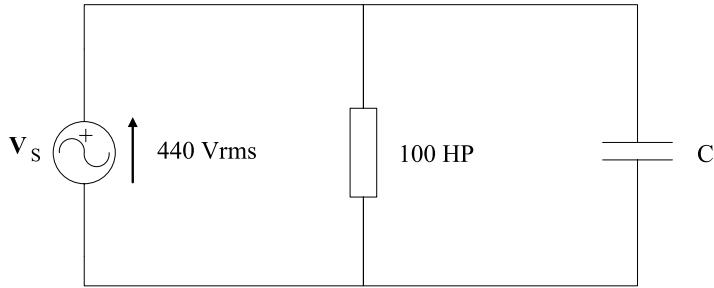


Figura 3.12. Conexión del capacitor C, para mejorar el FP.

$$FP = \cos \theta_m = 0.95$$

$$\theta_m = \cos^{-1} 0.95 = 18.19$$

La gráfica del triángulo de potencia mejorado se representa en la figura 3.13 y se procede a calcular Q_F , Q_C y $|S_F|$.

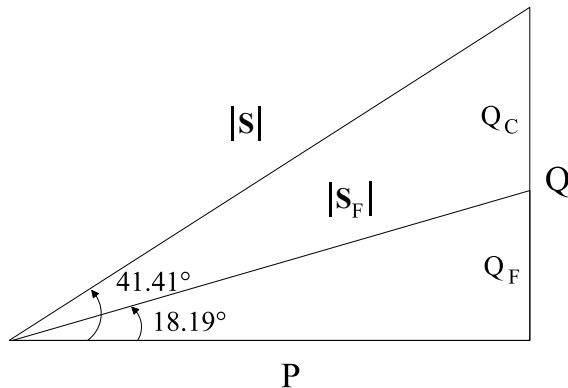


Figura 3.13. Triángulo de potencia mejorado.

$$\tan 18.19^\circ = \frac{Q_F}{P}$$

Despejando:

$$Q_F = P \tan 18.19^\circ = 74.6 \tan 18.19 = 24.51 \text{ KVAR}$$

$$Q = Q_C + Q_F$$

$$Q_C = Q - Q_F = 65.79 - 24.51 = 41.28 \text{ KVAR}$$

De tal forma que la potencia reactiva del capacitor es de 41.28 KVAR:

$$|S_F| = \sqrt{P^2 + Q_F^2} = \sqrt{74.6^2 + 24.51^2} = 78.52 \text{ KVA}$$

El nuevo valor de la potencia aparente es 78.52 KVAR, en comparación con la original de 99.47 KVAR. Representa una disminución de 20.95 KVAR, que representa un porcentaje de 21.1%.

Se procede a calcular la capacitancia del capacitor C, utilizando la fórmula de la potencia reactiva Q_C del capacitor. La ecuación (3-6) representa la potencia reactiva del capacitor, que es la multiplicación del voltaje eficaz, la corriente eficaz y el ángulo entre el fador voltaje y el fador corriente.

$$Q_C = V_{ef} I_{ef} \text{ Sen } \theta \quad (3-6)$$

Siendo:

$$\theta = 90^\circ$$

V_{ef} = voltaje eficaz

I_{ef} = corriente eficaz

En la figura 3.12, el voltaje eficaz en el capacitor es V_{ef} :

$$V_{ef} = I_{ef} X_C = I_{ef} \frac{1}{\omega C}$$

Donde:

X_C = reactancia capacitiva

Despejando la corriente eficaz I_{ef} :

$$I_{ef} = \omega C V_{ef} \quad (3-7)$$

La ecuación (3-7) se reemplaza en la ecuación (3-6):

$$Q_C = V_{ef} \omega C V_{ef} \sin 90^\circ$$

Despejando la capacitancia C :

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_{ef}^2}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 60 = 376.99 \text{ rad/seg}$$

Reemplazando:

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_{ef}^2} = \frac{41.28 \times 10^3}{(376.99)(440)^2} = 5.656 \times 10^{-4} \text{ Faradio}$$

$$C = 565.6 \mu\text{F}$$

Problema 8: Una línea de transmisión de impedancia $Z = 0.115 + j0.8\Omega$ se encuentra conectada desde la fuente V_s a una carga de 15 KVA y con una $fp = 0.85$ en atraso, tal como se indica en la figura 3.14. Calcular el valor de la fuente $v_s(t)$.

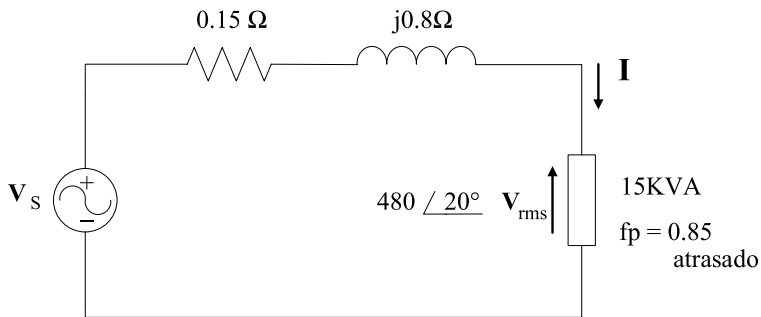


Figura 3.14

Solución:

Con los datos del problema:

$$fp = \cos \alpha = 0.85$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0.85)$$

$$\alpha = 31.8^\circ$$

$$|S| = V_{ef} I_{ef}$$

$$I_{ef} = \frac{|S|}{V_{ef}} = \frac{(15)10^3}{480} = 31.25 \text{ A}$$

Para hallar el ángulo de la corriente I , se realiza el diagrama fasorial y se procede de la siguiente manera: primero se dibuja el fasor de voltaje $V = 480 \angle 20^\circ$ que tiene un ángulo de 20° , luego se considera el ángulo de

desfase entre el fasor corriente **I** y el fasor voltaje **V** el cual es 31.8° ; se considera la palabra **en atraso** el cual indica que se debe mover a favor de las manecillas del reloj desde 20° hasta el ángulo de desfase de $\theta = 31.8^\circ$, como se indica en la figura 3.7 y se obtiene el ángulo β como sigue:

$$\beta = 20^\circ - 31.8^\circ = -11.8^\circ$$

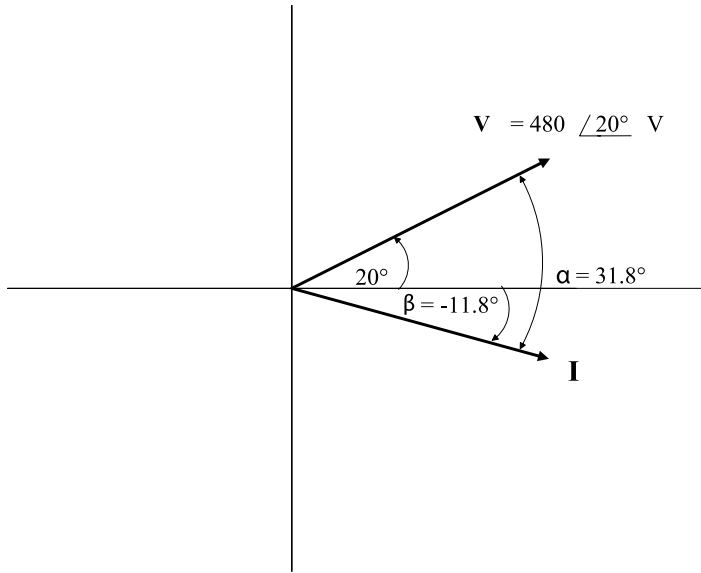


Figura 3.15. Diagrama fasorial.

De tal manera que la corriente fasorial es:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{ef} \angle -11.8^\circ$$

$$\mathbf{I} = 31.25 \angle -11.8^\circ \text{ Arms}$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff en el lazo de la figura 3.14, se tiene:

$$-V_S + (0.15 + j0.8)I + 480\angle 20^\circ = 0$$

$$V_S = (0.81\angle 79.4^\circ)(31.25\angle -11.8^\circ) + 480\angle 20^\circ$$

$$V_S = 25.31\angle 67.6^\circ + 480\angle 20^\circ$$

$$V_S = 9.64 + j23.40 + 451.05 + j164.17$$

$$V_S = 460.69 + j187.57 = 497.41\angle 22.2^\circ$$

$$V_S = 497.41\angle 22.2^\circ \text{ Vrms}$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_m = \sqrt{2}V_{\text{rms}}$$

$$v_S = 497.41\sqrt{2}\angle 22.2^\circ$$

$$v_S(t) = 703.44 \cos(\omega t + 22.2^\circ) \text{ Voltios}$$

Problema 9: En el problema 8, calcular la capacitancia del capacitor para mejorar el factor de potencia a 0.9 atrasado.

Solución:

Del problema 8 se calcula P y Q; esto es:

$$P = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \cos \theta$$

$$P = ((15)10^3)(0.85) = 12750W$$

$$P = 12.75KW$$

$$Q = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}} \text{Sen } \theta$$

$$Q = |S| \text{Sen } \theta$$

$$Q = (15)10^3 \text{ Sen } 31.8^\circ = 7904.34 \text{ VAR}$$

$$Q = 7.904 \text{ KVAR}$$

El triángulo de potencia de la carga de 15 KVA está representado en la figura 3.16.

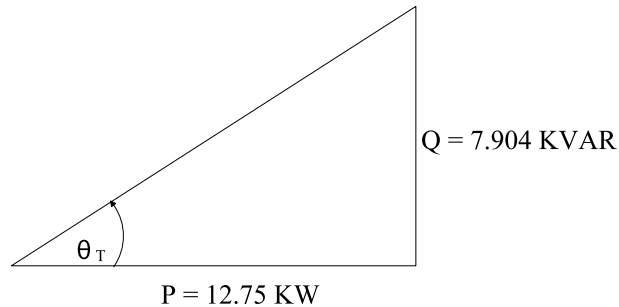


Figura 3.16

Considerando la figura 3.16, calcular θ_T .

$$\text{Tan } \theta_T = Q/P$$

$$\theta_T = \text{Tan}^{-1} \frac{Q}{P} = \text{Tan}^{-1} \frac{7904.34}{12750} = 31.8^\circ$$

$\theta_T = \theta$, debido a que existe una sola carga.

Para mejorar el factor de potencia en la figura 2.14 se conecta un capacitor C en paralelo con la carga de 15 KVA y se obtiene el circuito de la figura 3.17.

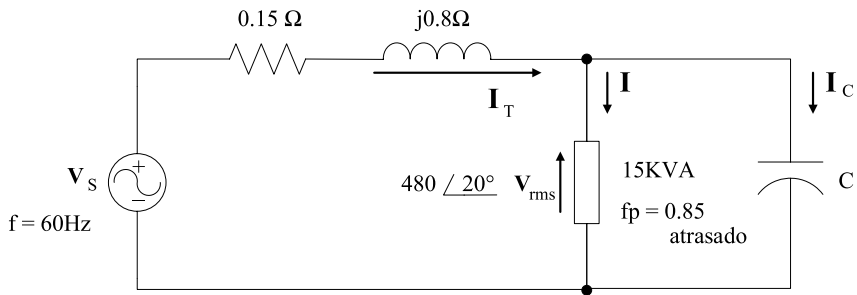


Figura 3.17

$$fp = \cos \theta_m = 0.9$$

$$\theta_m = \cos^{-1} 0.9 = 25.8^\circ$$

$$\theta_m = 25.8^\circ$$

Para el circuito de la figura 3.17, el triángulo de potencia es el de la figura 3.18.

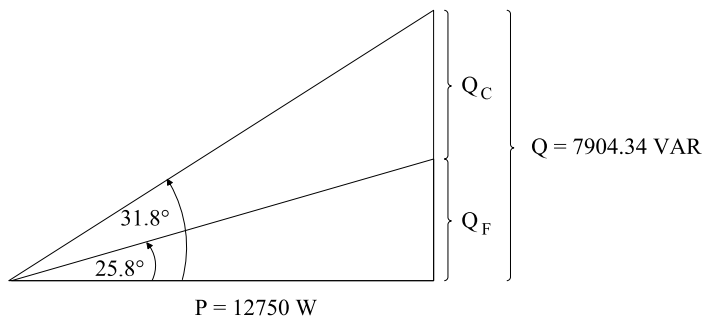


Figura 3.18

$$\tan 25.8^\circ = \frac{Q_f}{P}$$

$$Q_f = P \tan 25.8^\circ = (12750) \tan 25.8^\circ = 6163.59$$

$$Q_f = 6163.59 \text{VAR}$$

$$Q = Q_c + Q_f$$

$$Q_c = Q - Q_f = 7904.34 - 6163.59 = 1740.75$$

$$Q_c = 1740.75 \text{VAR}$$

$$Q_c = V_{ef} I_{ef} \text{ Sen } 90^\circ$$

$$Q_c = V_{ef} I_{ef}$$

$$V_{ef} = X_c I_{ef} = \frac{1}{\omega C} I_{ef}$$

$$I_{ef} = \omega C V_{ef}$$

$$Q_c = V_{ef} \omega C V_{ef}$$

$$C = \frac{Q_c}{V_{ef}^2 \omega}$$

$$C = \frac{1740.75}{(480)^2 (2\pi)(60)} = 2.00412 \times 10^{-5} \text{ F}$$

$$C = (20.0412) \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$C = 20.041 \mu\text{F}$$

La capacitancia del capacitor que se debe conectar es de 20.041 μF a una potencia de 1740.75 VAR.

Problema 10: Calcular la corriente I_c en el problema 9 de la figura 3.17.

Solución:

$$Q_c = V_{ef} I_{ef} \text{ Sen } \theta$$

$$Q_c = V_{ef} I_{ef} \text{ Sen } 90^\circ$$

$$Q_c = V_{ef} I_{ef}$$

$$I_{ef} = \frac{Q_c}{V_{ef}} = \frac{1740.75}{480} = 3.63 \text{ Arms}$$

Para hallar el ángulo de la corriente I_c se realiza el diagrama fasorial y se procede de la siguiente manera: primero se dibuja el fasor de voltaje $V = 480 \angle 20^\circ$ que tiene un ángulo de 20° , luego se considera el ángulo de desfase entre el fasor corriente I_c y el fasor voltaje V el cual es 90° , debido a que en una carga capacitiva pura la corriente adelanta al voltaje en 90° , el cual indica que se debe mover en contra de las manecillas del reloj desde 20° hasta el ángulo de desfase de $\theta = 90^\circ$ como se indica en la figura 3.19 y se obtiene el ángulo del fasor I_c como sigue: $\beta = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ$. Por tanto, la corriente fasorial del capacitor es:

$$I_c = 3.63 \angle 110^\circ \text{ Arms}$$

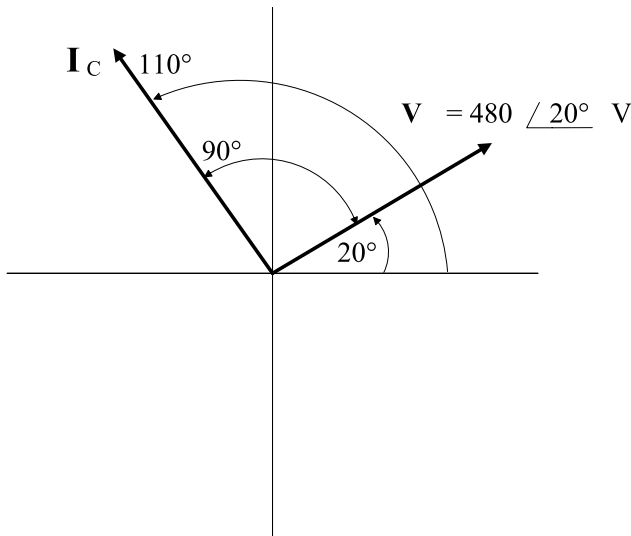


Figura 3.19. Diagrama fasorial.

Problema 11: Calcular el nuevo valor de V_s , cuando se encuentre conectado al capacitor de $20.041 \mu\text{F}$ en el problema 9.

Solución:

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo del circuito de la figura 3.17, se tiene:

$$-\mathbf{I}_T + \mathbf{I} + \mathbf{I}_c = 0$$

$$\mathbf{I}_T = \mathbf{I} + \mathbf{I}_c$$

$$\mathbf{I}_T = 31.25 \angle -11.8^\circ + 3.63 \angle 110^\circ = 30.59 - j6.39 - 1.24 + j3.41$$

$$\mathbf{I}_T = 29.35 - j2.98 = 29.50 \angle -5.8^\circ$$

$$\mathbf{I}_T = 29.5 \angle -5.8^\circ \text{ Arms}$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff en el lazo de la figura 3.17, se tiene:

$$-\mathbf{V}_s + (0.15 + j0.8)\mathbf{I}_T + 480 \angle 20^\circ = 0$$

$$\mathbf{V}_s = (0.81 \angle 79.4^\circ)(29.5 \angle -5.8^\circ) + 480 \angle 20^\circ$$

$$\mathbf{V}_s = 23.9 \angle 73.6^\circ + 480 \angle 20^\circ$$

$$\mathbf{V}_s = 6.75 + j22.93 + 451.05 + j164.17 = 457.8 + j187.1$$

$$\mathbf{V}_s = 494.56 \angle 22.2^\circ \text{ Vrms}$$

$$\mathbf{V}_s = 494.56 \sqrt{2} \angle 22.2^\circ \text{ Volt}$$

$$\mathbf{V}_s = 699.41 \angle 22.2^\circ \text{ Volt}$$

$$v_s(t) = 699 \text{ Cos}(wt + 22.2^\circ) \text{ Volt}$$

Problema 12: Dado el circuito de la figura 3.20, hallar la potencia total. Resolver por el método del triángulo de potencia.

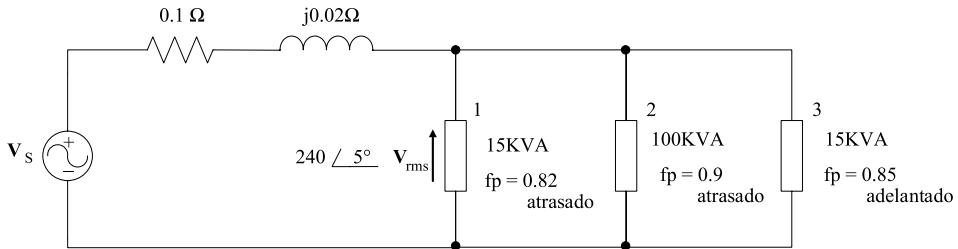


Figura 3.20

Solución

Carga 1

$$fp = \cos \theta_1 = 0.82$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} 0.82 = 34.92^\circ$$

$$\theta_1 = 34.92^\circ$$

$$|S_1| = 50 \text{KVA}$$

$$P_1 = |S_1| \cos \theta_1$$

$$P_1 = (50 \times 10^3)(0.82) = 41000 \text{ W}$$

$$P_1 = 41000 \text{ W}$$

$$Q_1 = |S_1| \sin 34.92^\circ$$

$$Q_1 = (50 \times 10^3) \sin 34.92^\circ = 28621.61 \text{ VAR}$$

Carga 2

$$fp = \text{Cos } \theta_2 = 0.9$$

$$\theta_2 = \text{Cos}^{-1}0.9 = 25.84^\circ$$

$$\theta_2 = 25.84^\circ$$

$$P_2 = 100\text{KW}$$

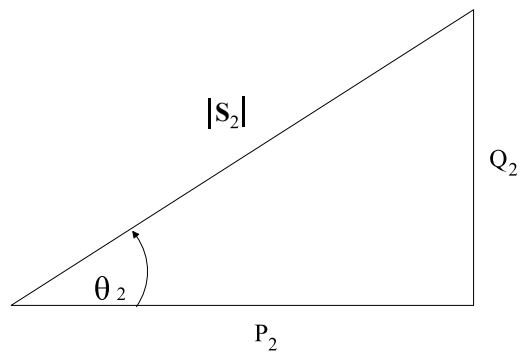


Figura 3.21. Carga 2

$$\text{Tan } \theta_2 = \frac{Q_2}{P_2}$$

$$Q_2 = P_2 \text{ Tan } \theta_2 = (100 \times 10^3) \text{ Tan } 25.84^\circ = 48428.05$$

$$Q_2 = 48428.05 \text{ VAR}$$

Carga 3

$$|S_3| = 15 \text{ KVA}$$

$$fp = \text{Cos } \theta_3 = 0.88$$

$$\theta_3 = \text{Cos}^{-1}0.88 = 28.36^\circ$$

$$\theta_3 = 28.36^\circ$$

$$P_3 = |S_3| \cos \theta_3 = 0.88$$

$$P_3 = (15 \times 10^3)(0.88) = 13200 \text{ W}$$

$$P_3 = 13200 \text{ W}$$

$$Q_3 = |S_3| \sin \theta_3$$

$$Q_3 = (15 \times 10^3) \sin 28.36^\circ = 7125.15 \text{ VAR}$$

Como el factor de potencia fp es adelantado, entonces se trata de una carga capacitiva y el Q_3 es negativo; esto es:

$$Q_3 = -7125.15 \text{ VAR}$$

Cálculo de la potencia total

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_T = 41000 + 100000 + 13200 = 154200 \text{ W}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_T = 28621.61 + 48428.05 - 7125.15 = 69924.51$$

$$Q_T = 69924.51 \text{ VAR}$$

En la figura 3.22, se muestra el triángulo de potencia total.

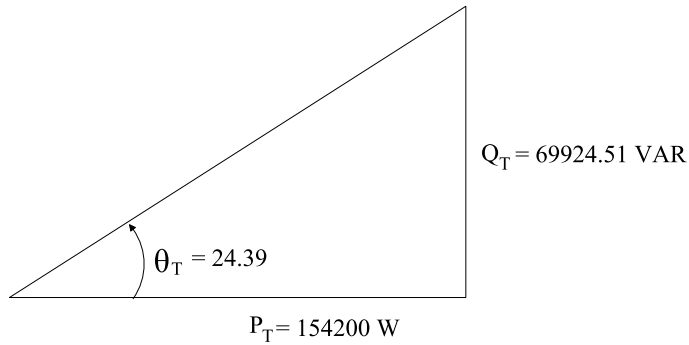


Figura 3.22. Triángulo de potencia total

$$\theta_T = \text{Tan}^{-1} \frac{Q_T}{P_T} = \text{Tan}^{-1} \frac{69924.51}{154200} = 24.39^\circ$$

$$\theta_T = 24.39^\circ$$

$$\text{fp}_T = \text{Cos } 24.39 = 0.911 \text{ Atrasado}$$

El circuito de la figura 3.23 es el equivalente del circuito de la figura 3.22.

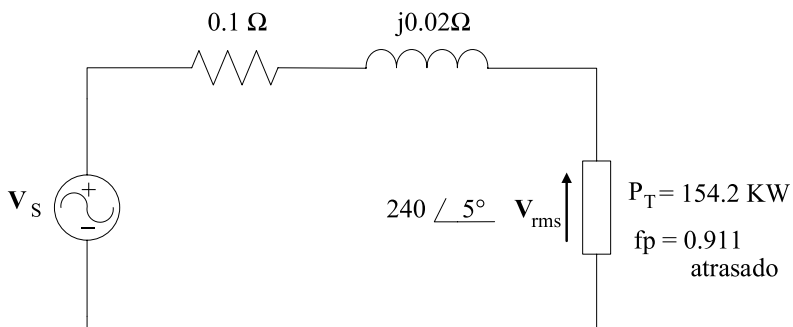


Figura 3.23. Circuito equivalente de la figura 3.22.

Problema 13: Calcular la capacitancia del capacitor para mejorar el factor de potencia a 0.95 atrasado, en el circuito de la figura 3.23.

Solución:

En la figura 3.23 se conecta un capacitor C en paralelo con la carga P_T como se muestra en la figura 3.24.

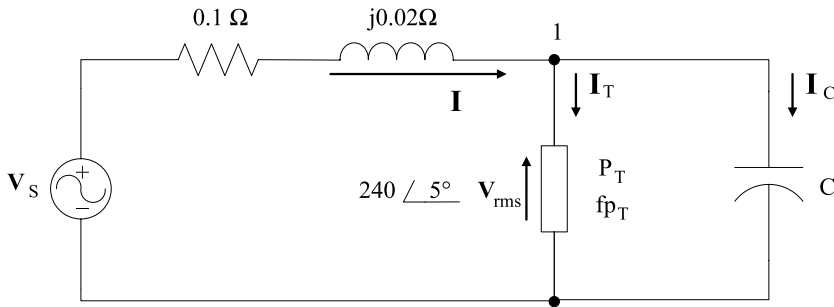


Figura 3.24. Conexión en paralelo de un capacitor C a la carga

$$fp = 0.95 = \text{Cos } \theta_m$$

$$\theta_m = \text{Cos}^{-1} 0.95 = 18.2^\circ$$

$$\theta_m = 18.2^\circ$$

El triángulo de potencia para mejorar el factor de potencia, se muestra en la figura 3.25 y se plantean las ecuaciones.

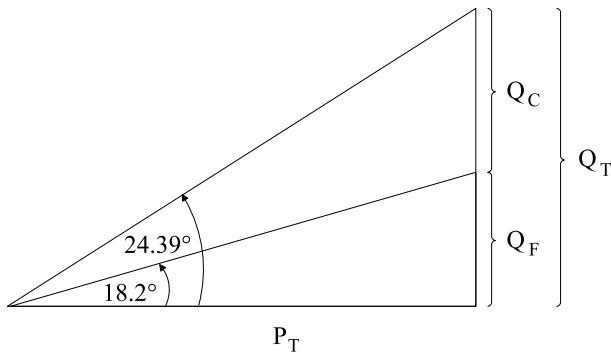


Figura 3.25

$$\tan 18.2^\circ = \frac{Q_F}{P_T}$$

$$Q_F = P_T \tan 18.2^\circ = (154200) \tan 18.2^\circ = 50698.38 \text{ VAR}$$

$$Q_F = 50698.38 \text{ VAR}$$

$$Q_c = 69924.51 - 50698.38 = 19226.13 \text{ VAR}$$

$$Q_c = 19226.13 \text{ VAR}$$

$$Q_c = V_{ef} I_{ef} \sin 90^\circ$$

$$Q_c = V_{ef} I_{ef}$$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{X_c} = \frac{V_{ef}}{\frac{1}{\omega C}} = \omega C V_{ef}$$

$$Q_c = V_{ef} \omega C V_{ef} = \omega C V_{ef}^2$$

$$C = \frac{Q_c}{V_{ef}^2 \omega}$$

$$C = \frac{19226.13}{(240)^2 (2\pi)(60)} = 8.85398 \times 10^{-4} \text{ F}$$

$$C = 885.398 \mu\text{F}$$

Problema 14: Calcular el voltaje $v_s(t)$ en el circuito de la figura 3.24.

Cálculo de la corriente I_c

$$Q_c = V_{ef} I_{ef} \sin 90^\circ = V_{ef} I_{ef}$$

$$I_{ef} = \frac{Q_c}{V_{ef}} = \frac{19226.13}{240} = 80.12 \text{ Arms}$$

Para hallar el ángulo de la corriente del capacitor I_c , se realiza el diagrama fasorial representado en la figura 3.26.

Para hallar el ángulo de la corriente del capacitor I_c se realiza el diagrama fasorial y se procede de la siguiente manera: primero se dibuja el fasor de voltaje $V = 240 \angle 5^\circ$ que tiene un ángulo de 5° , luego se considera el ángulo de desfase entre el fasor corriente I_c y el fasor voltaje V el cual es 90° , debido a que, en una carga capacitiva pura, la corriente adelanta al voltaje en 90° , lo que indica que se debe mover en contra de las manecillas del reloj desde 5° hasta el ángulo de desfase de $\theta = 90^\circ$ como se indica en la figura 3.26 y se obtiene el ángulo del fasor I_c como sigue: $\beta = 5^\circ + 90^\circ = 95^\circ$. Por tanto, el ángulo de la corriente del capacitor es 95° , entonces, el fasor de la corriente I_c es:

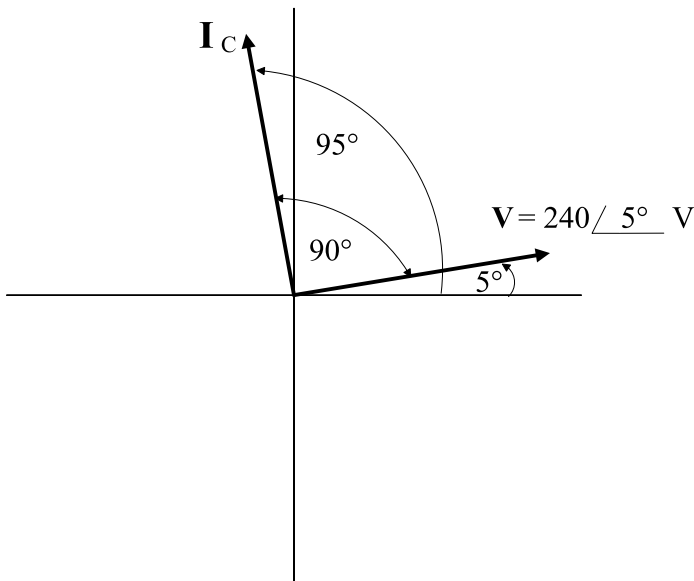


Figura 3.26. Diagrama fasorial entre V e I_c

$$\mathbf{I}_c = I_{ef} \angle 95^\circ$$

$$\mathbf{I}_c = 80.12 \angle 95^\circ \text{ Arms}$$

Cálculo de \mathbf{I}_T

$$P_T = V_{ef} I_{ef} \cos \theta_T$$

$$I_{ef} = \frac{P_T}{V_{ef} \cos \theta_T} = \frac{154200}{(240)(\cos 24.39^\circ)} = 705.46 \text{ Arms}$$

$$I_{ef} = 705.46 \text{ Arms}$$

Para hallar el ángulo de \mathbf{I}_T , se utiliza el diagrama fasorial representado en la figura 3.27. Primero se dibuja el fasor de voltaje $\mathbf{V} = 240 \angle 5^\circ$ que tiene un ángulo de 5° , luego se considera el ángulo de desfase entre el fasor corriente \mathbf{I}_T y el fasor voltaje \mathbf{V} el cual es de 24.39° en atraso, por tanto es una carga inductiva, lo que indica que se debe mover a favor de las manecillas del reloj desde 5° hasta el ángulo de desfase de 24.39° como se indica en la figura 3.27 y se obtiene el ángulo del fasor \mathbf{I}_T como sigue: $\beta = 24.39^\circ - 5^\circ = 19.39^\circ$; por tanto, el ángulo de la corriente \mathbf{I}_T es -19.39° y el fasor es:

$$\mathbf{I}_T = 705.46 \angle -19.39^\circ \text{ Arms}$$

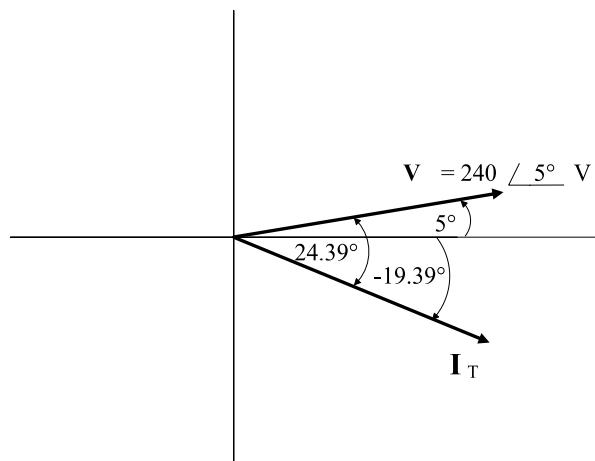


Figura 3.27

En la figura 3.24, aplicamos la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo 1.

$$-\mathbf{I} + \mathbf{I}_T + \mathbf{I}_c = 0$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_T + \mathbf{I}_c = 705.46 \angle -19.39^\circ + 80.12 \angle 95^\circ$$

$$\mathbf{I} = 665.45 - j234.21 - 6.98 + j79.82$$

$$\mathbf{I} = 658.47 - j154.39 = 676.33 \angle -13.2^\circ$$

$$\mathbf{I} = 676.33 \angle -13.2^\circ \text{ Arms}$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff en el lazo de la figura 3.24, tenemos:

$$-\mathbf{V}_s + (0.1 + j0.02)\mathbf{I} + 240 \angle 5^\circ = 0$$

$$\mathbf{V}_s = (0.102 \angle 11.31^\circ)(676.33 \angle -13.2^\circ) + 240 \angle 5^\circ$$

$$\mathbf{V}_s = 68.99 \angle -1.89^\circ + 240 \angle 5^\circ$$

$$\mathbf{V}_s = 68.95 - j2.28 + 239.09 + j20.92$$

$$\mathbf{V}_s = 308.04 + j18.64 = 308.60 \angle 3.46^\circ$$

$$\mathbf{V}_s = 308.6 \angle 3.5^\circ \text{ Vrms} \quad (3-8)$$

$$\mathbf{V}_s = (\sqrt{2})(308.6 \angle 3.5^\circ) = 436.43 \angle 3.5^\circ$$

Problema 15: En el circuito de la figura 3.24, hallar el porcentaje de regulación de voltaje.

Solución:

Utilizando el voltaje V_s sin carga de la ecuación (3-8) se calcula el porcentaje de regulación de voltaje (%RV) cuya fórmula es.

$$\%RV = \frac{|V_{sc}| - |V_{cc}|}{|V_{cc}|} * 100$$

$$\%RV = \frac{308.6 - 240}{240} * 100 = 28.58\%$$

$$\%RV = 28.58\%$$

Este porcentaje de regulación de voltaje es muy alto, debido a que existen pérdidas de tensión en la línea de transmisión. En este caso, cuando el %RV supera el 5% o 6%, para que no existan pérdidas, se debe conectar un transformador.

CAPÍTULO 4 CIRCUITOS TRIFÁSICOS

Problemas resueltos

Problema 1: Calcular las corrientes, voltajes y la potencia total, en el circuito mostrado en la figura 4.1 (Hayt Jr. y Kemmerly, 1988, p. 335); sabiendo que la impedancia Z y el voltaje de fase V_{an} respectivamente es:

$$Z = 100 \angle 60^\circ \ \Omega$$

$$V_{an} = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

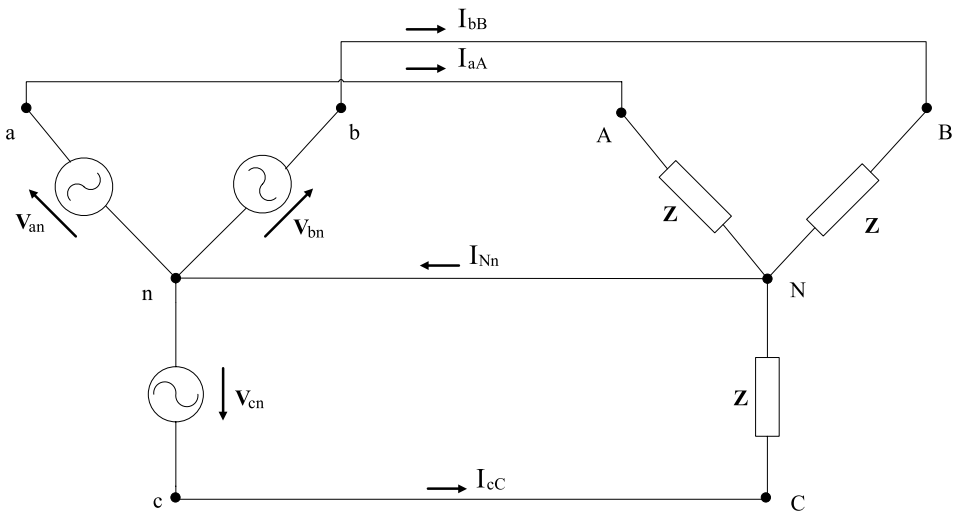


Figura 4.1. Carga Z trifásica balanceada conectada en estrella (Y).

Solución:

La figura 4.1 se trata de un circuito trifásico con cargas balanceadas conectadas en estrella-estrella. Son balanceadas ya que todas las cargas

tienen el mismo valor de Z , es decir, consumen la misma cantidad de corriente.

Voltajes de línea a neutro V_{Ln}

Los voltajes de línea a neutro V_{Ln} , también llamados voltajes de fase V_{an} , V_{bn} y V_{cn} , están desfasados entre ellos un ángulo de 120° . Para generar los tres voltajes de fase, se toma como referencia el voltaje V_{an} que se da como dato en el problema, esto es:

$$V_{an} = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_{bn} = 200 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_{cn} = 200 \angle 120^\circ \text{ V}$$

En un circuito trifásico balanceado, las amplitudes de los voltajes son iguales y, de acuerdo a los datos del problema, es de 200 voltios:

$$|V_{Ln}| = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| = 200 \text{ V}$$

$$|V_{Ln}| = V_P = 200 \text{ V},$$

Donde V_P = voltaje de pico.



Voltajes de línea a línea V_{LL}

Los voltajes de línea a línea V_{LL} se generan con secuencia positiva, esto es, girando en contra de las manecillas del reloj y se obtiene los voltajes V_{ab} , V_{bc} y V_{ca} , considerando el primer subíndice de mayor potencial. En un circuito trifásico con cargas balanceadas, las amplitudes de los voltajes son iguales y se calculan con la siguiente fórmula:

$$V_{LL} = \sqrt{3} V_P = \sqrt{3} 200 = 346.4 \text{ Vrms}$$

Los voltajes de línea a línea V_{LL} , también llamados voltajes de línea V_{ab} , V_{bc} y V_{ca} , están desfasados entre ellos un ángulo de 120° . Los voltajes de línea a línea están desfasados un ángulo de 30° con los voltajes de línea a neutro y tomando en consideración que el voltaje de línea adelanta en 30° al voltaje de fase, se tiene los siguientes valores de voltajes de línea.

$$V_{ab} = 346.4 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$V_{bc} = 346.4 \angle -90^\circ \text{ V}$$

$$V_{ca} = 346.4 \angle 150^\circ \text{ V}$$

$$|V_{LL}| = |V_{ab}| = |V_{bc}| = |V_{ca}| = 346.4 \text{ V}$$

Corrientes de línea a línea I_{LL}

Las corrientes de línea a línea I_{LL} , también llamadas corrientes de línea (I_L) I_{aA} , I_{bB} e I_{cC} .

En la figura 4.1 resolviendo la fase A y aplicando la Ley de Ohm, se tiene:

$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{200 \angle 0^\circ}{100 \angle 60^\circ} = 2 \angle -60^\circ \text{ Arms}$$

$$I_{aA} = I_{LL} = 2 \angle -60^\circ \text{ Arms}$$

$$|I_{LL}| = |I_{aA}| = |I_{bB}| = |I_{cC}| = 2 \text{ A}$$

La potencia absorbida por esta fase es:

$$P_{AN} = V_{ef} I_{ef} \cos \theta$$

$$P_{AN} = P1\Phi$$

$$P1\Phi = \text{Potencia monofásica}$$

$$P1\Phi = V_{Ln} I_L \cos \theta$$

$$P_{1\Phi} = (200) (2) \cos 60^\circ = 200 \text{ W}$$

Como se trata de un circuito trifásico de cargas balanceadas, las tres potencias monofásicas son las mismas. Para obtener la potencia trifásica ($P_{3\Phi}$), se multiplica por 3 la potencia monofásica, esto es:

$$P_{3\Phi} = 3 P_{1\Phi}$$

$$P_{3\Phi} = 3 P_{1\Phi} = 3 (200) = 600 \text{ W}$$

La potencia trifásica podemos calcular por otra forma, esto es:

$$P_{3\Phi} = V_{L_n} I_L \cos \theta$$

Pero:

$$V_{L_n} = V_{LL} / \sqrt{3}$$

Entonces:

$$P_{3\Phi} = 3 (V_{LL} / \sqrt{3}) I_L \cos \theta$$

$$P_{3\Phi} = \sqrt{3} V_{LL} I_L \cos \theta$$

$$P_{3\Phi} = \sqrt{3} (346.4) (2) \cos 60^\circ$$

$$P_{3\Phi} = 599.98 \text{ W} = 600 \text{ W}$$

CAPÍTULO 5 CIRCUITOS ACOPLADOS Y TRANSFORMADORES

Problemas resueltos

Problema 1: En el circuito de la figura 5.1, existe acoplamiento entre las bobinas L_1 y L_2 , produciendo una inductancia mutua M_{12} ; también existe un acoplamiento entre las bobinas L_2 y L_3 , produciendo una inductancia mutua M_{23} . Plantear las ecuaciones de los circuitos primario y secundario en función del tiempo y en formato fasorial.

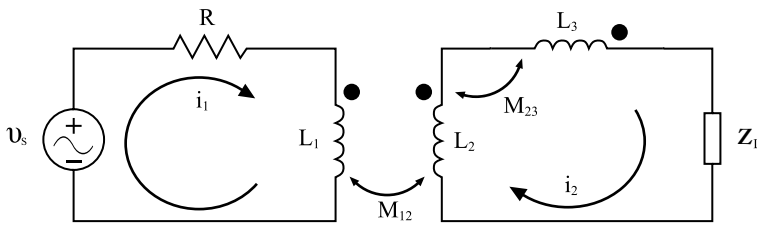


Figura 5.1. Circuito acoplado magnéticamente.

En la figura 5.1, aplicamos la Ley de Voltajes de Kirchoff en el circuito primario:

$$-v_s + R i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt} = 0 \quad (5-1)$$

El signo menos (-) de la inductancia mutua M_{12} está dada por la regla de los puntos que dice: la inductancia mutua es negativa cuando en la bobina primaria el punto está situado por donde la corriente (i_1) está entrando y, en la bobina secundaria, el punto es situado por donde la corriente (i_2) está saliendo.

Para escribir en formato fasorial la ecuación (5-1) se procede de la siguiente manera: la ecuación de corriente en forma exponencial es:

$$i = i(t) = \text{Real} [\text{Im} e^{j\omega t}] = \text{Real} [\mathbf{I}]$$

Donde, $\mathbf{I} = \text{Im}^{j\omega t}$ es la corriente escrita en formato fasorial en forma exponencial.

Derivando:

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{I}] = \text{Im} j\omega e^{j\omega t} = j\omega \text{Im} e^{j\omega t} = j\omega \mathbf{I}$$

Entonces, en formato fasorial, la derivada se reemplaza por $j\omega$. Con-
virtiéndola a formato fasorial la ecuación (5-1), tenemos:

$$-V_s + R \mathbf{I}_1 + j\omega L_1 \mathbf{I}_1 - j\omega M_{12} \mathbf{I}_2 = 0$$

En la figura 5.1, en la bobina 2 existen tres voltajes, los cuales son:

El primer voltaje es debido a la autoinducción o, por definición, el
voltaje en el inductor es $L_2 \frac{di_2}{dt}$

El segundo voltaje es debido a la inductancia mutua M_{12} que tienen
las bobinas 1 y 2, ($- M_{12} \frac{di_1}{dt}$). La inductancia mutua M_{12} es negativa por-
que, en la bobina 1, el punto está situado por donde la corriente (i_1) está
entrando y, en la bobina 2, el punto es situado por donde la corriente (i_2)
está saliendo.

El tercer voltaje es debido a la inductancia mutua M_{23} que tienen las
bobinas 2 y 3 ($+ M_{23} \frac{di_2}{dt}$). La inductancia mutua M_{23} es positiva porque,

en la bobina 2, el punto está situado por donde la corriente (i_2) está saliendo y, en la bobina 3, el punto es situado por donde la corriente (i_2) también está saliendo.

En la bobina 3 existen dos voltajes, el primer voltaje es debido a la autoinducción o, por definición, el voltaje en el inductor es $L_3 \frac{di_2}{dt}$. El segundo voltaje es debido a la inductancia mutua M_{23} que tienen las bobinas 2 y 3 ($+ M_{23} \frac{di_2}{dt}$); la inductancia mutua M_{23} es positiva porque, en la bobina 2, el punto está situado por donde la corriente (i_2) está saliendo y, en la bobina 3, el punto es situado por donde la corriente (i_2) también está saliendo.

Aplicando la Ley de Voltajes de Kirchhoff en el circuito secundario, tenemos:

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt} - M_{12} \frac{di_1}{dt} + L_3 \frac{di_2}{dt} + M_{23} \frac{di_2}{dt} + Z_L i_2 = 0 \quad (5-2)$$

Convirtiendo a formato fasorial la ecuación (5-2), tenemos:

$$j\omega L_2 \mathbf{I}_2 + j\omega M_{23} \mathbf{I}_2 - j\omega M_{12} \mathbf{I}_1 + j\omega L_3 \mathbf{I}_2 + j\omega M_{23} \mathbf{I}_2 + Z_L \mathbf{I}_2 = 0$$

Problema 2: En la figura 5.2, calcular la impedancia de entrada (Z_{en}) en la bobina primaria o, dicho en otras palabras, la impedancia reflejada en el circuito primario.

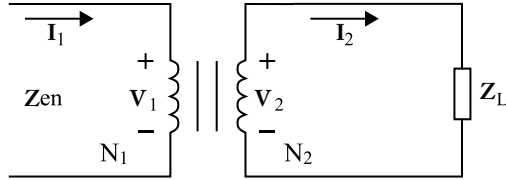


Figura 5.2. Transformador ideal.

Solución:

En la figura 5.2, está representado en formato fasorial. Para encontrar la impedancia de entrada Z_{en} en el circuito primario se aplica la Ley de Ohm y despejamos la Z_{en} .

$$Z_{en} = \frac{V_1}{I_1} \quad (5-3)$$

De igual manera, para encontrar la impedancia en la carga Z_L en el circuito secundario del transformador, se aplica la Ley de Ohm y se despeja la Z_L .

$$Z_L = \frac{V_2}{I_2} \quad (5-4)$$

La relación de vueltas entre el circuito primario y el circuito secundario de un transformador viene dada por la siguiente fórmula:

$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

Donde, a es la razón de vueltas.

También:

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

Despejando el voltaje V_1 :

$$V_1 = V_2 \frac{N_1}{N_2} \quad (5-5)$$

En un transformador en condiciones ideales, la potencia de entrada es igual a la potencia de salida; esto es:

$$P_{ent} = P_1 = V_1 I_1$$

$$P_{sal} = P_2 = V_2 I_2$$

$$P_{ent} = P_{sal}$$

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1} \quad (5-6)$$

Las ecuaciones (5-4), (5-5) y (5-6) se reemplaza en la ecuación (5-3):

$$Z_{en} = \frac{V_2 \frac{N_1}{N_2}}{I_2 \frac{N_2}{N_1}} = \frac{V_2}{I_2} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = Z_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = Z_L a^2$$

$$Z_{en} = Z_L a^2 \quad (5-7)$$

La ecuación (5-7) es la impedancia reflejada al circuito primario tal como se muestra en la figura 5.3.

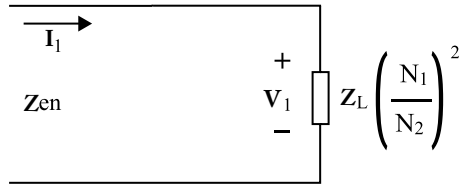


Figura 5.3. Impedancia reflejada en el circuito primario.

BIBLIOGRAFÍA

Alexander, CH.K. y Sadiku, M.N.O. (2006). *Fundamentos de circuitos eléctricos*. 3a ed. México: Mc Graw-Hill.

Chapman, S.J. (1993). *Máquinas eléctricas*. 2a ed. Colombia: Mc Graw-Hill.

Dorf, R.C. y Svoboda, J.A. (2011). *Circuitos eléctricos*. 8a ed. México: Alfaomega.

Edminister, J.A. (1988). *Circuitos eléctricos*. 2a ed. México: Mc Graw Hill.

Hayt Jr., W.H., y Kemmerly, J.E. (1988). *Análisis de circuitos en ingeniería*. (4a ed.). México: Mc Graw-Hill.

Hayt Jr., W.H.; Kemmerly, J.E. y Durbin, S.M. (2003). *Análisis de circuitos en ingeniería*. 6ª ed. México: McGraw-Hill.

Hayt Jr., W.H., Kemmerly, J., y Durbin, S. (2012). *Análisis de circuitos en ingeniería*. 8a ed. México: Mc Graw-Hill.

Salas, S.L., y Hille, E. (1976). *CALCULUS de una y varias variables con geometría analítica*. España: Reverté.

Van Valkenburg, M. E. (1980). *Análisis de redes*. México: Limusa.

Esta obra está destinada a aquellos estudiantes de ciencias e ingeniería que tienen conocimientos de cálculo diferencial e integral, álgebra, números complejos, trigonometría y física. El desarrollo de los problemas del *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable*, en su mayoría, se basa en los contenidos teóricos y en los problemas planteados en el libro *Análisis de circuitos en ingeniería*, cuarta edición, de los autores William H. Hayt, Jr. y Jack E. Kemmerly. El *Solucionario de circuitos eléctricos en estado estable*—una herramienta de trabajo de fácil entendimiento para el estudiante—consta de cinco capítulos. El primero comprende la resolución de los problemas en corriente continua utilizando los métodos de análisis de nodos, análisis de mallas, divisores de corriente, divisores de voltaje, transformaciones de fuentes de corriente y de voltaje, superposición, teorema de Thevenin y de Norton. El capítulo II resuelve los problemas en corriente alterna recurriendo a los fasores y utilizando los diferentes métodos del capítulo I. El tercero, resuelve los problemas que comprenden la potencia promedio y valores eficaces de potencias bajas y medias, utilizando el triángulo de potencias para su resolución. El capítulo IV aborda la resolución de los problemas de circuitos trifásicos con cargas balanceadas; y el capítulo final trata la resolución de los problemas de circuitos acoplados y transformadores.

Pedro Infante Moreira nació en Quinsaloma, provincia de Los Ríos, en 1959. Es ingeniero electrónico, graduado en la Escuela Superior Politécnica del Litoral, y tiene un Diplomado Superior en Pedagogía Universitaria, Maestrías en Gestión Académica Universitaria y Administración de Empresas. Actualmente es candidato a un Doctorado en Ciencias Técnicas. Tiene 22 años en la docencia, en la Universidad Técnica de Babahoyo, la Universidad Nacional de Chimborazo y en la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. Ha publicado varios textos básicos, solucionarios y un libro.

ISBN: 978-9942-14-339-6



9 789942 143396

